3. Я. Садыгов

ФИЗИКА ТВЕРДОТЕЛЬНЫХ ФОТОЭЛЕКТРОННЫХ УМНОЖИТЕЛЕЙ





Объединенный институт ядерных исследований

З. Я. Садыгов

ФИЗИКА ТВЕРДОТЕЛЬНЫХ ФОТОЭЛЕКТРОННЫХ УМНОЖИТЕЛЕЙ

К 40-летию научной деятельности автора по разработке полупроводниковых лавинных фотоприемников

Дубна 2023

C14

Садыгов З.Я.

С14 Физика твердотельных фотоэлектронных умножителей. — Дубна: ОИЯИ, 2023. — 153 с.

ISBN 978-5-9530-0602-6

Монография посвящена физике микропиксельных лавинных фотодиодов (МЛФД), называемых также кремниевыми фотоэлектронными умножителями (Si-ФЭУ). Кратко рассмотрены этапы разработки и физические механизмы работы наиболее перспективных конструкций таких приборов. Обсуждаются методы улучшения амплитудных и временных характеристик МЛФД, а также возможность создания других лавинных приборов, таких как лавинные однофотонные ПЗС-матрицы и лавинные усилители электрических сигналов.

Книга предназначена для специалистов, занимающихся разработ-кой, исследованиями и применением полупроводниковых детекторов.

ISBN 978-5-9530-0602-6

оглавление

Предисловие
Список литературы к предисловию
Глава 1. Основные свойства полупроводников
1.1. Кристаллическая структура и зона Бриллюэна
1.2. Энергетические уровни и энергетические зоны
1.3. Собственные и примесные полупроводники 17
1.4. Статистика носителей заряда, уровень Ферми
1.5. Тепловые колебания решетки кристалла, фононы 30
1.6. Оптические и электрические свойства 33
Список литературы к главе 1 37
Глава 2. Полупроводниковые $p-n$-переходы и их свойства в
сильных электрических полях 40
2.1. Основные уравнения и примеры их использования 40
2.2. Полупроводниковые <i>p</i> - <i>n</i> -переходы
2.3. Механизмы рекомбинации, генерации и рассеяния носителей за-
ряда
2.4. Геория ударной ионизации полупроводников
2.5. Лавинное умножение носителей заряда
2.6. Напряжение пробоя
Список литературы к главе 2 68
Глава 3. Лавинные фотоприемники 72
3.1. Шумы лавинных фотодиодов
3.2. Традиционные лавинные фотодиоды
3.3. Механизм формирования импульсного отклика в лавинных фото-
диодах
3.4. Микроплазменный пробой и счетчик единичных фотонов 80
3.5. Счетчики видимых и инфракрасных фотонов
Список литературы к главе 3 93
Глава 4. Микропиксельные лавинные фотоприемники 97
4.1. Краткая предыстория: лавинные МДП- и МРП-структуры 97
4.2. Основные конструкции и принципы работы кремниевых фотоумно-
жителей 106
4.3. Основные параметры и методы их измерения 115
4.5.1. папряжение проооя (115). 4.5.2. Эффективность регистрации фотонов (119). А 3.3. Оптинеская перекрестиая наволка и постоим
фотопов (113). 4.3.9. Оптическая перекрестная наводка и послеим- пульсы (123).
Список литературы к главе 4 125

Глава 5. Моделирование работы ОЛФД-и МЛФД-детекторов	131
5.1. Проблемы известных моделей ОЛФД- и МЛФД-детекторов, рабо-	
тающих в режиме Гейгера	131
5.2. Базовая модель лавинного процесса в МЛФД	134
5.3. Влияние паразитной емкости на работу МЛФД	139
5.4. Влияние сопротивления пространственного заряда на работу	
МЛФД	144
Список литературы к главе 5	150

Предисловие

Фотоэлектронные умножители (ФЭУ), коммерчески доступные с 1936 г., до сих пор широко используются в научных и прикладных областях. Однако ФЭУ имеют ряд серьезных недостатков, таких как высокая чувствительность к магнитным полям, значительная цена, низкая механическая прочность, большие габариты и др. Эти недостатки связаны с тем, что для нормального функционирования ФЭУ требуется стеклянная трубка, внутри которой должен быть обеспечен высокий вакуум. Несмотря на вышеупомянутые недостатки, ФЭУ долгое время оставался единственным прибором, способным детектировать единичные световые кванты.

Бурное развитие физики и технологии полупроводников в 1950-1970-е гг. стимулировало интенсивное исследование p-n-переходов в области высоких электрических полей [1-3]. Была экспериментально продемонстрирована возможность детектирования единичных световых и гамма-квантов при использовании лавинного процесса в микронеоднородностях полупроводника. Эти результаты показали возможность создания твердотельных аналогов ФЭУ на базе полупроводниковых структур [4, 5]. К 1980 г. уже были созданы коммерчески доступные полупроводниковые счетчики одиночных фотонов (по-английски: Single Photon Avalanche Diode — SPAD) [6,7]. SPAD-детекторы работали в режиме перенапряжения, так же как известные счетчики Гейгера, и могли детектировать только один фотон. Для гашения лавинного процесса в SPAD-детекторе необходимо было использовать большое внешнее сопротивление, что приводило к увеличению времени релаксации прибора до нескольких микросекунд. Диаметр чувствительной площади первых SPAD-детекторов составлял около 10 мкм, но они могли усиливать единичный фотоэлектрон в 10⁶ раз, что было сравнимо с коэффициентом усиления ФЭУ. Однако проблемы, связанные с линейностью фотоотклика и размером чувствительной площади, оставались нерешенными. Казалось бы, обе проблемы можно решить, изготовив матрицу из параллельно соединенных SPAD-детекторов. Этого не было сделано, поскольку разработчики SPAD-детекторов были уверены, что параллельное соединение этих детекторов приведет к катастрофическому увеличению времени релаксации прибора. В данной монографии описаны этапы решения этой проблемы, в результате которых созданы микропиксельные лавинные фотодиоды (МЛФД), являющиеся адекватными твердотельными аналогами ФЭУ. Обсуждаются способы улучшения амплитудных, временных и радиационных параметров МЛФД, а также возможности создания других лавинных приборов, таких как лавинные микростриповые детекторы с повышенной радиационной стойкостью, однофотонные ПЗС-матрицы и лавинные усилители электрических сигналов.

Автор надеется, что книга будет полезна широкому кругу специалистов, занимающихся разработкой, исследованием и применением полупроводниковых приборов.

В заключение автор выражает искреннюю признательность директору ОИЯИ академику Г.В. Трубникову и вице-директору ОИЯИ члену-корреспонденту РАН В. Д. Кекелидзе за создание благоприятных условий, необходимых для научной работы. Также он выражает глубокую благодарность и. о. директора ЛФВЭ кандидату технических наук А. В. Бутенко, начальнику отделения № 5 ЛФВЭ доктору технических наук С. И. Тютюнникову и начальнику отдела НЭОФЭЧ ЛЯП доктору физико-математических наук А. Г. Ольшевскому за постоянный интерес и поддержку издания настоящей монографии, сотрудникам ЛФВЭ кандидату технических наук Н.И. Замятину за ценные рекомендации при обсуждении рукописи и Т.Ю. Боковой за помощь в оформлении книги.

Список литературы к предисловию

- Rose D. Microplasmas in Silicon // Phys. Rev. 1957. V. 105, No. 2. P. 413–418; doi: 10.1103/PhysRev.105.413.
- Chynoweth A., Pearson G. Effect of Dislocations on Breakdown in Silicon p-n Junctions // J. Appl. Phys. 1958. V.29, No.7. P.1103-1110; doi: 10.1063/1.1723368.
- McIntyre R. Theory of Microplasma Instability in Silicon // J. Appl. Phys. 1961. V. 32, No. 6. P. 983–995; https://doi.org/10.1063/1.1736199.
- Haitz R., Goetzberger A., Scarlett R., Shockley W. Avalanche Effects in Silicon p-n Junctions I: Localized Photomultiplication Studies on Microplasmas // J. Appl. Phys. 1963. V.34, No.6. P. 1581–1590; doi: 10.1063/1.1702639.
- Ruge I., Keil G. Microplasmas in Silicon p-n Junctions as Detectors for Gamma Radiation // Rev. Sci. Instr. 1963. V. 34, No. 4. P. 390–392; doi: 10.1063/1.1718373.
- Cova S., Bertolaccini M., Bussolati C. The Measurement of Luminescence Waveforms by Single Photon Techniques // Phys. Stat. Solid. A. 1973. V. 18. P. 11–62; doi: 10.1002/pssa.2210180102.
- Antognetti P., Cova S., Longoni A. A Study of the Operation and Performances of an Avalanche Diode as a Single Photon Detector // Proc. of the Second Ispra Nuclear Electronics Symp. P. 453-456. Luxembourg, Belgium, 1975. http://risorse.dei.polimi.it/spad/1975/ISPRA-1975.pdf.

Глава 1

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ПОЛУПРОВОДНИКОВ

Данная глава содержит довольно краткую информацию о физике полупроводников, необходимую для понимания принципа работы приборов, изготовленных на их основе. Вначале приведены сведения о кристаллической и энергетической зонных структурах полупроводниковых материалов. Рассмотрена статистика носителей заряда в собственных и примесных полупроводниках. В конце главы приведены тепловые и оптические свойства наиболее известных полупроводников.

1.1. Кристаллическая структура и зона Бриллюэна

Кристаллическая структура твердых тел характеризуется регулярным (повторяющимся) расположением атомов или молекул этого тела в определенных точках в пространстве. Если соединять эти точки линиями, то получается кристаллическая решетка (каркас), во всех узлах которой расположены атомы или молекулы данного тела. Понятия кристаллическая структура и кристаллическая решетка характеризуют весь объем твердого тела и ограничиваются его геометрическими размерами. Кристаллическая решетка состоит из повторяющихся элементарных решеток — решеток Браве. Решетка Браве должна содержать минимально возможное количество атомов вещества и иметь периодическую повторяемость в пространстве, т.е. любой параллельный перенос (трансляция) решетки Браве на вектор L переводит ее саму на себя, где

$$\mathbf{L} = l_1 \mathbf{a}_1 + l_2 \mathbf{a}_2 + l_3 \mathbf{a}_3. \tag{1.1}$$

Здесь \mathbf{a}_1 , \mathbf{a}_2 и \mathbf{a}_3 — базисные векторы решетки Браве; l_1 , l_2 и l_3 — целые числа. Существует большое многообразие кристаллических структур. Однако все это многообразие можно описать с помощью 14 типов решеток Браве, отличающихся формами элементарных ячеек и симметрией. Эти 14 типов решеток условно делят на 7 групп (или сингоний): кубическую, гексагональную, тригональную, тетрагональную, ромбическую, моноклинную и триклинную [1, 2].

В качестве примера рассмотрим четыре кубические решетки (рис. 1.1). Первая из них — простая кубическая решетка, состоящая из восьми атомов вещества, например полония. Вторая имеет



Рис. 1.1. Кубические кристаллические решетки: *a*) примитивная кубическая решетка (Po); *б*) объемно-центрированная кубическая решетка (Na, W); *в*) гранецентрированная кубическая решетка (Al, Au); *г*) кубическая решетка типа алмаз (C, Si, Ge)

объемно-центрированную кубическую структуру, т.е. эта решетка содержит в себе простую кубическую решетку из восьми атомов, в центре объема которой расположен девятый атом, как в кристаллах натрия и вольфрама.

Третья решетка представляет собой гранецентрированную кубическую решетку. Эта решетка содержит 14 атомов, из которых 8 атомов расположены в вершинах этого куба, а 6 атомов — в центре его граней, так же как в кристаллах алюминия и золота. Четвертая решетка называется кубической решеткой типа алмаз с постоянной решеткой a_0

и минимальным расстоянием между атомами $L_0 = \frac{\sqrt{3}}{4} a_0$, где a_0 — постоянная решетки. Эта решетка содержит 20 атомов, из которых 8 атомов расположены в вершинах этого куба, 6 атомов — в центре его граней, а 4 атома — в объеме куба. Кристаллы германия ($a_0 = 5,66$ Å, $L_0 = 2,45$ Å) и кремния ($a_0 = 5,43$ Å, $L_0 = 2,35$ Å) имеют такую же кристаллическую структуру, как алмаз ($a_0 = 3,57$ Å, $L_0 = 1,55$ Å).

Решетку Браве можно представить как периодически повторяющиеся элементарные ячейки Браве, состоящие из одного или нескольких атомов. Многократно перемещая в пространстве соответствующую элементарную ячейку Браве, можно полностью заполнить объем данной кристаллической решетки. На рис. 1.1 пунктирными линиями показаны элементарные ячейки Браве в кубических кристаллах. Видно, что элементарная ячейка примитивной кубической решетки содержит в себе только один атом, объемно-центрированная кубическая решетка — два атома, гранецентрированная кубическая решетка — четыре атома, а решетка типа алмаз — пять атомов.

В теории твердого тела, особенно в кристаллографии, преимущественно используется ячейка Вигнера-Зейтца, а не ячейка Браве. Это связано с тем, что, в отличие от ячейки Браве, в ячейке Вигнера-Зейтца имеется всего один узел решетки кристалла, который содержит в себе практически всю информацию о характере кристалла. Это значительно упрощает математическое описание физических процессов, происходящих в кристаллических твердых телах. Привлекательность ячейки Вигнера-Зейтца состоит еще и в том, что она имеет такую же симметрию и объем, как и элементарная ячейка Браве. Если подвергнуть ячейку Вигнера-Зейтца трансляциям, то она заполнит все пространство кристаллической решетки.

Ячейку Вигнера-Зейтца строят следующим образом [3, 4]. Сначала выбирают один из узлов решетки Браве и соединяют его прямыми линиями с ближайшими узлами решетки. Затем через середины этих линий проводят перпендикулярные плоскости (в случае двумерной решетки — перпендикулярные линии). Объем пространства, ограниченный этими плоскостями (или перпендикулярными линиями), называется ячейкой Вигнера-Зейтца. На рис. 1.2 представлены ячейки Вигнера-Зейтца для примитивной двумерной решетки и трехмерной объемно-центрированной кубической решетки. В первом случае форма ячейки представляет собой шестиугольник, а во втором — усеченный октаэдр, имеющий 14 граней (8 шестиугольников и 6 четырехугольников).



Рис. 1.2. Ячейки Вигнера-Зейтца (затемненные области решетки): *а*) двумерная решетка; *б*) трехмерная объемно-центрированная кубическая решетка

В теории зонной структуры твердых тел удобно использовать не прямую ячейку Вигнера-Зейтца, а ее обратную ячейку, построенную следующим образом [5,6]:

$$\mathbf{b}_{1} = 2\pi \frac{\mathbf{a}_{2} \times \mathbf{a}_{3}}{\mathbf{a}_{1} \ast (\mathbf{a}_{2} \times \mathbf{a}_{3})}, \quad \mathbf{b}_{2} = 2\pi \frac{\mathbf{a}_{3} \times \mathbf{a}_{1}}{\mathbf{a}_{1} \ast (\mathbf{a}_{2} \times \mathbf{a}_{3})}, \\ \mathbf{b}_{3} = 2\pi \frac{\mathbf{a}_{1} \times \mathbf{a}_{2}}{\mathbf{a}_{1} \ast (\mathbf{a}_{2} \times \mathbf{a}_{3})},$$
(1.2)

где \mathbf{a}_1 , \mathbf{a}_2 и \mathbf{a}_3 — векторы трансляции прямой ячейки; \mathbf{b}_1 , \mathbf{b}_2 и \mathbf{b}_3 — векторы трансляции обратной ячейки; b_1 , b_2 и b_3 — соответствующие значения векторов обратной решетки, имеющие размерность обратной длины (например нм⁻¹). Знак «×» показывает векторое произведение, а знак «*» — скалярное произведение векторов. Построенную таким образом обратную решетку называют первой зоной Бриллюэна, полный размер которой равен $2\pi/a$ для кубической решетки ($a_1 = a_2 = a_3 = a$). В обратном пространстве каждая волна характеризуется соответствующим волновым вектором \mathbf{k} , абсолютное значение которого называется волновым числом и равно $k = 2\pi/\lambda$, где λ — длина волны. Поэтому пространство обратной ячейки называют пространством волновых векторов \mathbf{k} , или k-пространством, или же пространством квазиимпульсов $\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k}$, где \hbar — постоянная Планка, деленная на 2π .

Детальное исследование характера зависимости энергии \mathcal{E} электронов от значения его волнового вектора **k** представляет большую трудность. Для этого требовалось бы решать систему из сотни уравнений Шрёдингера, учитывающих взаимодействия между собой всех электронов и ядер, составляющих основу кристалла. Поэтому был предложен ряд приближений, учитывающих симметрии прямых и обратных решеток, а также периодичность потенциала в кристалле [6,7]. В результате этого было получено следующее уравнение Шрёдингера, описывающее поведение единичного электрона в некотором усредненном периодическом потенциале $U(\mathbf{r})$:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + U(\mathbf{r})\right]\varphi_k(\mathbf{r}) = \mathcal{E}_k\varphi_k(\mathbf{r}), \qquad (1.3)$$

где m — масса электрона; $\varphi_k(\mathbf{r})$ – волновая функция; \mathcal{E}_k — энергия электрона с волновым числом k; $U(\mathbf{r})$ — потенциал, имеющий периодичность, равную постоянной решетки кристалла. При заданном периодическом потенциале $U(\mathbf{r})$ решение уравнения (1.3) выражается известной функцией Блоха [7].

Согласно зонной теории полупроводников электроны и дырки в кристалле могут иметь непрерывный спектр значений энергии \mathcal{E}_k только в пределах зоны Бриллюэна. На рис. 1.3 приведены структуры энергетических зон трех наиболее известных полупроводников — германия, кремния и арсенида галлия. Здесь по оси ординат обозначена энергия



Рис. 1.3. Структура энергетических зон и запрещенные зоны германия, кремния и арсенида галлия [5,8]

частиц, отсчитываемая от дна валентной зоны, а по оси абсцисс показаны величины волнового вектора в направлениях плоскостей [100] и [111]. Видно, что как зона проводимости ($\mathcal{E}_k > 0$ на рис. 1.3), так и валентная зона ($\mathcal{E}_k < 0$ на рис. 1.3) имеют множество подзон. Минимальный энергетический зазор между зонами проводимости и валентными зонами этих полупроводников называется запрещенной зоной \mathcal{E}_g . Минимальные энергии валентных зон и зон проводимости в германии и кремнии значительно сдвинуты относительно друг друга, и поэтому их называют непрямозонными полупроводниками. В то же время арсенид галлия относится к прямозонным полупроводникам, так как в нем минимальные энергии валентных зон и зон проводимости расположены в одной точке волнового вектора k = 0.

Вблизи краев зоны, т.е. в нижней части \mathcal{E}_c и в верхней части \mathcal{E}_v , соотношение $\mathcal{E} \sim k$ может быть аппроксимировано параболической (квадратичной) функцией, поэтому энергию частиц можно выразить как

$$\mathcal{E}_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*},\tag{1.4}$$

где m^* — эффективная масса носителей заряда (электронов или дырок).

В общем случае эффективная масса выражается тензором, компоненты которого определяются следующим образом:

$$\frac{1}{m_{ik}} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial k_i \partial k_j},\tag{1.5}$$

где величина m_{ik} зависит от направления движения частиц относительно кристаллических плоскостей полупроводника.

1.2. Энергетические уровни и энергетические зоны

Согласно квантовой физике [9, 10] энергетические уровни изолированных атомов имеют дискретную природу и характеризуются четырьмя квантовыми числами.

Первым квантовым числом является главное квантовое число n, принимающее целые значения (n = 1, 2, 3, ...) и определяющее энергию стационарного состояния электрона. Например, энергетические положения уровней самого легкого атома (атома водорода) описываются известной формулой Н. Бора

$$\mathcal{E}_n = \frac{m_0 q^4}{32\pi^2 \varepsilon_0^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2} = \mathcal{E}_{\rm H} \frac{1}{n^2} \; {}_{\rm 9}{\rm B},$$
 (1.6)

являющейся также решением уравнения Шрёдингера (1.3) с потенциалом $U(r) = q^2/r$. Здесь m_0 — масса атома водорода; ε_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума; r — расстояние, отсчитываемое от центра ядра атома водорода; q — элементарный заряд; $\mathcal{E}_{\rm H} = 13,6$ эВ энергия электрона в основном (n = 1) состоянии. Энергетические уровни электронов в других более тяжелых атомах можно определить, предположив их как водородоподобный атом, имеющий один электрон и ядро с электрическим зарядом qZ, где Z — атомный номер.

Вторым квантовым числом является азимутальное (или орбитальное) квантовое число ℓ , определяющее квадрат орбитального механического момента по формуле $P_{\ell} = \hbar^2 \ell (\ell + 1)$ и принимающее целые значения

$$\ell = 0, 1, 2, \dots, n-1 \tag{1.7}$$

при заданном *n*, т.е. *n* значений. Азимутальные квантовые числа принято обозначать буквами, т.е.

$$\ell=0$$
 (s-состояние), $\ell=1$ (p-состояние), $\ell=2$ (d-состояние),
 $\ell=3$ (f-состояние), $\ell=4$ (g-состояние), $\ell=5$ (h-состояние) и т. д.

Третьим квантовым числом является орбитальное магнитное квантовое число m_{ℓ} , определяющее значение проекции орбитального момента по формуле $P_{\ell} = \hbar m_{\ell}$ и принимающее целые значения

$$m_{\ell} = \ell, \, \ell - 1, \dots, -\ell$$
 (1.8)

при заданном ℓ , т.е. $2\ell + 1$ значений.

Четвертым квантовым числом является спиновое магнитное квантовое число m_s , определяющее значение проекции спинового момента по формуле $P_s = \hbar m_s$ и принимающее два значения:

$$m_s = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}.$$
 (1.9)

Выражения (1.7)–(1.9) показывают, что энергетические уровни свободных атомов вырождены, т.е. одному энергетическому уровню с главным квантовым числом n соответствуют несколько уровней с одинаковой энергией. При заданном значении ℓ имеются $2\ell + 1$ различных состояний, которые отличаются значениями орбитального магнитного квантового числа m_{ℓ} . В то же время для каждой пары величин ℓ и m_{ℓ} возможны 2 состояния, различающихся направлением проекции спинового момента m_s , т.е. степень вырождения уровня с заданным ℓ равна

$$g_{\ell} = 2(2\ell + 1). \tag{1.10}$$

Таким образом, степень вырождения энергетического уровня с главным квантовым числом n равна

$$g_n = \sum_{\ell=0}^{n-1} 2(2\ell+1) = 2n^2.$$
(1.11)

Величина g_n показывает максимальное количество энергетических уровней отдельного атома, имеющего n главных стационарных орбит без внешних воздействий. В табл. 1.1 приведены результаты расчета g_n и структура распределения электронов по энергетическим уровням при n = 1, 2, 3 и 4. Цифровые кэффициенты, приведенные в самом правом столбце, показывают номер главной стационарной орбиты, а буквенные

Таблица 1.1

Номер уровня <i>п</i>	Подуровни ℓ	$g_\ell = 2(2\ell + 1)$	$g_n = 2n^2$	Структура уровня <i>п</i>
1	$\ell = 0(s)$	$2(2 \cdot 0 + 1) = 2$	2	$1s^2$
2	$\ell = 0(s)$ $\ell = 1(p)$	$2(2 \cdot 0 + 1) = 2 2(2 \cdot 1 + 1) = 6$	8	$2s^22p^6$
3	$\ell = 0(s)$ $\ell = 1(p)$ $\ell = 2(d)$	$2(2 \cdot 0 + 1) = 2 2(2 \cdot 1 + 1) = 6 2(2 \cdot 2 + 1) = 10$	18	$3s^23p^63d^{10}$
4	$\ell = 0(s)$ $\ell = 1(p)$ $\ell = 2(d)$ $\ell = 3(f)$	$2(2 \cdot 0 + 1) = 22(2 \cdot 1 + 1) = 62(2 \cdot 2 + 1) = 102(2 \cdot 3 + 1) = 14$	32	$4s^24p^64d^{10}4f^{14}$

Атом	Количество электронов	Стационарные орбиты	Распределение электронов по уровням
Н	1	1	$1s^1$
Li	3	1, 2	$1s^22s^1$
В	5	1, 2	$1s^22s^22p^1$
С	6	1,2	$1s^22s^22p^2$
Al	13	1, 2, 3	$1s^22s^22p^63s^23p^1$
Si	14	1, 2, 3	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2$
Р	15	1, 2, 3	$1s^22s^22p^63s^23p^3$
Ga	31	1, 2, 3, 4	$1s^22s^22p^63s^23p^63d^{10}4s^24p^1\\$
Ge	32	1, 2, 3, 4	$1s^22s^22p^63s^23p^63d^{10}4s^24p^2\\$
As	33	1, 2, 3, 4	$1s^22s^22p^63s^23p^63d^{10}4s^24p^3\\$

Таблица 1.2

обозначения и верхние индексы на них — азимутальные подуровни и максимально возможное количество электронов на них соответственно.

В табл. 1.2 приведены структуры распределения электронов по энергетическим уровням в десяти нейтральных атомах, наиболее часто применяемых в физике и технологии полупроводников.

Несмотря на значительную степень вырождения уровня отдельного атома с главным квантовым числом n, ширина этого уровня достаточно мала. Это прямо следует из принципа неопределенности Гейзенберга $\Delta \mathcal{E}_n \times \Delta t_n \sim \hbar$, где $\Delta \mathcal{E}_n$ — ширина энергетического уровня с главным квантовым числом n, Δt_n — время нахождения электрона на этом энергетическом уровне. В изолированном атоме электрон в основном состоянии может находиться сколь угодно долго ($\Delta t_n \to \infty$), и поэтому ширина энергетического уровня сколь угодно мала ($\Delta \mathcal{E}_n \to 0$).

В отличие от отдельного атома в твердом теле энергетические уровни расщепляются из-за взаимодействия атомов друг с другом. Существуют следующие четыре вида таких взаимодействий.

• Вандерваальсово взаимодействие имеет место между близко расположенными нейтральными атомами. При этом атомы поляризуются и притягиваются друг к другу электрическими силами за счет флуктуации дипольных моментов.

• Ионная связь, при которой часть электронов одного атома перемещается к другому атому. В результате образуются противоположно заряженные ионы, которые формируют твердое тело.

• Металлическая связь, при которой кристаллическая решетка положительно заряженных ядер окружена отрицательным электронным газом.

• При ковалентной связи каждый атом связан со своим ближайшим соседом парой электронов. Один валентный электрон одного атома и

один электрон соседнего атома вращаются вокруг этих двух атомов по одной общей орбите.

В качестве примера образования энергетических зон рассмотрим кристаллический кремний. Кристаллическая решетка кремния формируется за счет ковалентных связей каждого атома с четырьмя ближайшими соседями, расположенными на вершинах тетраэдра. В такой решетке вокруг каждого атома с определенной вероятностью находятся восемь электронов, что соответствует полностью заполненным 3s-(2 электрона) и 3p- (6 электронов) уровням одиночного атома. При этом уровни s и p в каждой ковалентной связи расщепляются на два уровня, которые объединяются с электронными уровнями других атомов, образуя две разрешенные зоны, отделенные друг от друга запрещенной зоной [11].

На рис. 1.4 показано, как ширина энергетических уровней изолированных атомов кремния расширяется по мере уменьшения расстояния между ближайшими соседями. При расстоянии, равном минимальному значению расстояния L_0 между ближайшими атомами кремния, нижние зоны уровней 3s и 3p образуют валентную зону. Верхние зоны уровней 3s и 3p образуют зону проводимости. Между ними находится



Рис. 1.4. Схема образования энергетических зон в кремнии при уменьшении расстояния между ближайшими соседними атомами [11]

запрещенная зона шириной $\mathcal{E}_g = \mathcal{E}_c - \mathcal{E}_v$. Для кремния $a_0 = 5,43$ Å, $L_0 = \frac{\sqrt{3}}{4}a_0 = 2,35$ Å, где a_0 — постоянная решетки (см. рис. 1.1, e).

Известно, что число атомов в кристалле достаточно велико (~ 10^{22} см⁻³), поэтому при ширине энергетических зон ~ 1 эВ как в зоне проводимости, так и в валентной зоне образуется практически непрерывный спектр, разделенный небольшим зазором (~ 10^{-22} эВ). Это значительно меньше характерной энергии тепловых колебаний решетки $kT \approx 26$ мэВ при комнатной температуре, что позволяет носителям заряда непрерывно изменять свои энергии и координаты в пределах разрешенных зон [11, 12].

Электрические свойства твердых тел объясняются в зонной теории уровнем заполнения электронами валентных зон и шириной запрещенных зон. Эти факторы определяют разделение твердых тел на проводники, полупроводники и диэлектрики (рис. 1.5).



Рис. 1.5. Упрощенная схема энергетических зон твердых тел

В проводниках (металлах) валентная зона пересекается с зоной проводимости, т. е. отсутствует запрещенная зона. В этом случае незначительное внешнее энергетическое воздействие переводит электроны на более высокие энергетические уровни, что обеспечивает хорошую электропроводность материалов.

Полупроводники — это вещества, имеющие относительно узкую запрещенную зону (обычно $\mathcal{E}_g \leq 3$ эВ). К ним относятся антимонид индия, германий, кремний, арсенид галлия, фосфат галлия и др. За счет флуктуаций тепловой энергии в таких твердых телах возможен переход электронов из полностью заполненной валентной зоны в зону проводимости, в результате чего появляется заметная проводимость (рис. 1.6).

Диэлектрики характеризуются тем, что у них имеется относительно широкая запрещенная зона (обычно $\mathcal{E}_g > 3$ эВ) по сравнению с полупроводниками. Поскольку полностью заполненная электронами валентная зона отделена от зоны проводимости широкой запрещенной



Рис. 1.6. Зависимость ширины запрещенной зоны от постоянной решетки некоторых полупроводников [5]

зоной, то внешнее поле не в состоянии изменить энергию электронов. Поэтому в диэлектриках электрический ток практически не протекает.

1.3. Собственные и примесные полупроводники

Одним из наиболее важных свойств полупроводников является то, что они имеют высокую чувствительность к внешним воздействиям, например, к свету, радиации и др. Кроме того, их электрофизические характеристики могут быть изменены путем легирования различными типами примесей с целью создания необходимых структур с потенциальными барьерами.

Существуют три основных способа образования носителей заряда в полупроводниках [11–13]. В качестве примера рассмотрим способы образования носителей заряда в наиболее известном полупроводнике в кремнии.

Чистый кремниевый кристалл, называемый также собственный кремний или кремний *i*-типа, содержит пренебрежимо малое количество примесей. При этом каждый атом кремния взаимодействует с четырьмя ближайшими атомами посредством ковалентных связей (рис. 1.7). Свободные носители заряда, обеспечивающие проводимость собственного кремния, создаются путем разрыва ковалентных связей между атомами под действием температуры или ионизирующего излучения. Это означает уход электрона в зону проводимости с образованием пары свободных носителей заряда, т.е. положительного заряда в валентной зоне и отрицательного заряда (электрона) в зоне проводи-



Рис. 1.7. Упрощенные решетки кристаллов кремния и соответствующие им зонные диаграммы

мости. Не занятый электроном уровень в валентной зоне исторически назван дыркой. В таком случае электрическая проводимость будет иметь биполярный характер, поскольку она осуществляется свободными носителями заряда двух знаков, т.е. положительными дырками и отрицательными электронами.

Условие электрической нейтральности собственного полупроводника имеет вид

$$(-q)n + (+q)p = 0, (1.12)$$

причем выполняется условие

$$n = p = n_i, \tag{1.13}$$

где n и p — концентрация электронов и дырок в зоне проводимости и валентной зоне соответственно; n_i — концентрация носителей заряда в собственном полупроводнике, который для кремния составляет величину $n_i = 1,45 \cdot 10^{10}$ см⁻³ при комнатной температуре, что соответствует удельному сопротивлению $2,3 \cdot 10^5$ Ом · см.

Существует способ управления сопротивлением (или проводимостью) полупроводников путем создания примесных уровней в запрещенной зоне. Например, легирование четырехвалентного кристаллического кремния пятивалентным атомом элемента V группы таблицы Менделеева (например фосфором или мышьяком) приводит к появлению примесного уровня близко к зоне проводимости. Дело в том, что четыре валентных электрона пятивалентного примесного атома (фосфора или мышьяка) будут обеспечивать формирование ковалентных связей с четырьмя атомами кремния. Энергетический уровень \mathcal{E}_d пятого валентного электрона будет находиться в запрещенной зоне (рис. 1.7, δ). Этот электрон примеси, не участвующий в формировании ковалентных связей, слабо связан с ядром. Его энергия ионизации $\Delta \mathcal{E}_d = \mathcal{E}_c - \mathcal{E}_d$ значительно меньше ширины запрещенной зоны. Например, энергия ионизации фосфора (или мышьяка) в кремнии составляет $\Delta \mathcal{E}_d \approx 0,04$ эВ $\approx 1,7kT_0$, а ширина запрещенной зоны $\mathcal{E}_g = 1,12$ эВ $\approx 40kT_0$ при комнатной температуре. Поэтому пятый электрон легко освобождается от атома примеси и переходит в зону проводимости, где становится свободным носителем заряда. При этом примесный центр остается положительно заряженным. Такая примесь называется донорной, поскольку увеличивает концентрацию электронов в зоне проводимости полупроводника.

Естественно, ионизация атомов донорной примеси не исключает образование пар свободных носителей заряда за счет ионизации «зона-зона», т.е. перехода электронов из валентной зоны в зону проводимости. В результате этого в валентной зоне создаются свободные дырки с концентрацией *p*. Таким образом, условие электрической нейтральности полупроводника, легированного донорной примесью, имеет следующий вид:

$$n = p + N_d^+, (1.14)$$

где N_d^+ — концентрация ионизированных донорных примесей. Если концентрация донорных примесей имеет достаточно высокую концентрацию (т. е. $n \approx N_d^+ \gg n_i$), то электроны считаются основными носителями заряда, а дырки становятся неосновными носителями заряда, поскольку $n \gg p$. Такой материал называют полупроводником n-типа проводимости.

Если легировать четырехвалентный кристаллический кремний трехвалентным атомом элемента III группы таблицы Менделеева (например бором), то три валентных электрона бора будут формировать ковалентные связи с кремнием, четвертый электрон кремния останется незадействованным. Это приводит к разрыву ковалентной связи собственных атомов кремния в решетке (рис. 1.7, \boldsymbol{s}). При этом образуется свободная дырка в валентной зоне и неподвижный отрицательный ион атома акцепторной примеси, способной захватить электрон за счет его перехода из валентной зоны на примесный уровень \mathcal{E}_a . Энергетический уровень \mathcal{E}_a находится в запрещенной зоне выше вершины валентной зоны на величину энергии ионизации акцепторной примеси.

Условие электрической нейтральности полупроводника, легированного акцепторной примесью, имеет следующий вид:

$$p = n + N_a^-,$$
 (1.15)

где N_a^- — концентрация ионизированных акцепторных примесей. Если концентрация донорных примесей достаточно высока (т.е. $p \approx N_a^- \gg n_i$), то дырки считаются основными носителями заряда, а электроны



становятся неосновными носителями заряда, поскольку $p \gg n$. Такой материал называют полупроводником p-типа проводимости.

Приближенное значение энергии ионизации донорных (или акцепторных) примесей можно вычислить, воспользовавшись приближением водородоподобного атома. Для этого следует учитывать диэлектрическую проницаемость среды и эффективную массу электрона в разрешенных зонах полупроводника. Например, энергия ионизации донорного уровня ($\Delta \mathcal{E}_d = \mathcal{E}_c - \mathcal{E}_d$) в решетке кремния может быть получена путем замены m_0 и \mathcal{E}_0 в выражении (1.6) эффективной массой электронов в зоне проводимости и проницаемостью кремния \mathcal{E}_s соответственно. Аналогичным путем можно вычислить энергию ионизации для акцепторных энергий ($\Delta \mathcal{E}_a = \mathcal{E}_a - \mathcal{E}_v$) [5, 13]. Однако результаты вычисления энергии ионизации примесных уровней сильно отличаются от экспериментально измеренных значений, поскольку модель водородоподобного атома учитывает не все особенности взаимодействия примесных атомов с решеткой кристалла.

На рис. 1.8 приведены экспериментально измеренные энергии ионизации донорных и акцепторных уровней в кремнии и германии, легированных различными примесями [5, 14]. Энергии ионизации донорных и акцепторных уровней отсчитываются от дна зоны проводимости и потолка валентной зоны соответственно. Видно, что примесные уровни, созданные атомами Li, Sb, P, As, B и Al, имеют энергию ионизации порядка энергии фононов ($\mathcal{E}_{\rm ph} \sim 0,026$ эВ) при комнатной температуре. Поэтому почти все примеси участвуют в создании носителей заряда в полупроводнике, и в результате этого сопротивление (или проводимость) легированного полупроводника определяется концентрацией примесей в нем.

1.4. Статистика носителей заряда, уровень Ферми

Количество носителей заряда в разрешенных зонах определяется числом энергетических состояний и функцией Ферми–Дирака. Например, количество электронов в зоне проводимости зависит от полного числа состояний S_e и функции f_e Ферми–Дирака, определяющей вероятность нахождения электронов в этих состояниях. Величины S_e и f_e описываются выражениями

$$S_e = \int_{0}^{\infty} N_e(\mathcal{E}) \, d\mathcal{E} \tag{1.16}$$

$$f_e(\mathcal{E}) = \frac{1}{\frac{\mathcal{E} - F}{\mathrm{e}^{\frac{\mathcal{E}}{kT}} + 1}} \tag{1.17}$$

соответственно, где $N_e(\mathcal{E})$ — плотность состояний, т.е. число состояний в единичном интервале энергии для единичного объема кристалла; F — уровень Ферми, величину которого можно определять из уравнения электронейтральности полупроводника (см. ниже). Тогда с учетом принципа Паули концентрацию электронов в зоне проводимости можно выразить следующим образом:

$$n = 2 \int_{\mathcal{E}_c}^{\mathcal{E}_{\max}} f_e(\mathcal{E}, T) N_e(\mathcal{E}) \, d\mathcal{E} \approx 2 \int_{\mathcal{E}_c}^{\infty} f_e(\mathcal{E}, T) N_e(\mathcal{E}) \, d\mathcal{E}.$$
(1.18)

Здесь ввиду резкой функции f_e от энергии \mathcal{E} верхнюю границу интерирования (\mathcal{E}_{\max}) можно заменить бесконечностью, поскольку всегда выполняется условие ($\mathcal{E}_{\max} - F$) $\gg kT$. Величина $N_e(\mathcal{E})$ определяется количеством и формой изоэнерге-

Величина $N_e(\mathcal{E})$ определяется количеством и формой изоэнергетических поверхностей в зоне Бриллюэна полупроводника. В случае квадратичной зависимости энергии электрона от квазиимпульса (или вблизи дна зоны проводимости) плотность состояния можно выразить следующей общей формулой для сферических и эллипсоидальных изоэнергетических поверхностей [15]:

$$N_e(\mathcal{E}) = 2\pi \left(\frac{2m_e^*}{h^2}\right)^{3/2} (\mathcal{E} - \mathcal{E}_c)^{1/2},$$
(1.19)

где

$$m_e^* = (M^2 m_{e1} m_{e2} m_{e3})^{1/3}$$
(1.20)

— эффективная масса для плотности состояния электронов; h — постоянная Планка; \mathcal{E}_c — энергия дна зоны проводимости полупроводника; M — количество изоэнергетических поверхностей (например, для германия M = 4, а для кремния M = 6); m_{e1}, m_{e2} и m_{e3} — эффективные массы электронов по главным осям кристалла полупроводника, имеющего эллипсоидальные изоэнергетические поверхностей имеет место $m_{e1} = m_{e2} = m_{e3}$.

Аналогичное выражение можно получить для плотности состояния дырок вблизи потолка валентной зоны:

$$N_h(\mathcal{E}) = 2\pi \left(\frac{2m_h^*}{h^2}\right)^{3/2} (\mathcal{E}_v - \mathcal{E})^{1/2}, \qquad (1.21)$$

где

$$m_h^* = \left(M^2 m_{h1} m_{h2} m_{h3}\right)^{1/3} \tag{1.22}$$

— эффективная масса для плотности состояния дырок; \mathcal{E}_v — энергия потолка валентной зоны полупроводника. Как отмечалось выше, для сферических изоэнергетических поверхностей имеет место $m_{h1} = m_{h2} = m_{h3}$. Таким образом, подставляя выражение (1.19) в (1.18), получим

$$n = \frac{2N_c}{\sqrt{\pi}} F_{1/2}(\xi), \tag{1.23}$$

где

$$F_{1/2}(\xi) = \int_{\mathcal{E}_c}^{\infty} \frac{x^{1/2}}{\mathrm{e}^{(x-\xi)}+1} \, dx \tag{1.24}$$

— интеграл Ферми порядка 1/2;

$$N_c = 2 \left(\frac{2\pi m_e^* kT}{h^2}\right)^{3/2}$$
(1.25)

— эффективная плотность состояний в зоне проводимости; $\xi=(F-\mathcal{E}_c)/kT,\ x=(\mathcal{E}-\mathcal{E}_c)/kT.$

Аналогичные выражения можно получить для концентрации дырок в валентной зоне. Плотность состояния дырок $N_h(\mathcal{E})$ у потолка валентной зоны определяется соотношением (1.21). Функция распределения дырок по энергетическим состояниям, определяемая как вероятность отсутствия электронов в валентной зоне, имеет вид

$$f_h(\mathcal{E}) = 1 - f_e(\mathcal{E}) = \frac{1}{\mathrm{e}^{\frac{F-\mathcal{E}}{kT}} + 1}.$$
 (1.26)

Тогда концентрацию дырок в валентной зоне можно выразить как

$$p = 2 \int_{\mathcal{E}_{\min}}^{\mathcal{E}_{v}} f_{h}(\mathcal{E}, T) N_{h}(\mathcal{E}) \, d\mathcal{E} \approx 2 \int_{-\infty}^{\mathcal{E}_{v}} f_{h}(\mathcal{E}, T) N_{h}(\mathcal{E}) \, d\mathcal{E}.$$
(1.27)

Таким образом, подставляя выражения (1.21) и (1.26) в (1.27), получим

$$p = \frac{2N_v}{\sqrt{\pi}} F_{1/2}(\eta), \tag{1.28}$$

где

$$F_{1/2}(\eta) = \int_{\mathcal{E}_c}^{\infty} \frac{x^{1/2}}{e^{(x-\eta)} + 1} \, dx \tag{1.29}$$

интеграл Ферми порядка 1/2;

$$N_v = 2\left(\frac{2\pi m_h^* kT}{h^2}\right)^{3/2}$$
(1.30)

— эффективная плотность состояний в валентной зоне; $\eta=(\mathcal{E}_v-F)/kT,\ x=(\mathcal{E}_v-\mathcal{E})/kT.$

Интеграл Ферми и связанные с ним концентрации свободных электронов и дырок в полупроводнике в общем виде не выражаются в элементарных функциях, однако при трех практических условиях можно получить приближенные аналитические выражения. Для полупроводника *n*-типа проводимости имеет место [5, 16]

$$F_{1/2}(\xi) = \begin{cases} \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{\xi} & \text{при} \quad \xi < -1, \\ \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{1}{0,25 + e^{-\xi}} & \text{при} \quad -1 < \xi < 5, \\ \frac{2}{3} \xi^{3/2} & \text{при} \quad 5 < \xi. \end{cases}$$
(1.31)

Первое приближение ($\xi < -1$, т.е. $F < (\mathcal{E}_c - kT)$) соответствует статистике Больцмана. Такой полупроводник, в котором уровень Ферми лежит ниже зоны проводимости на величину больше чем kT, называется невырожденным полупроводником. При этом концентрация электронов описывается формулой

$$n = N_c \,\mathrm{e}^{-\frac{\mathcal{E}_c - F}{kT}}.\tag{1.32}$$

Если уровень Ферми лежит выше зоны проводимости более чем на 5kT (третье приближение, т. е. $F > (\mathcal{E}_c + 5kT)$), то полупроводник называется полностью вырожденным. Случай, соответствующий второму приближению ($(\mathcal{E}_c - kT) < F < (\mathcal{E}_c + 5kT)$), относится к переходному состоянию от невырожденного полупроводника к полностью вырожденному полупроводнику.

Аналогичные приближенные выражения можно получить для полупроводника *р*-типа проводимости:

$$F_{1/2}(\eta) = \begin{cases} \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{\eta} & \text{при} \quad \eta < -1, \\ \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{1}{0,25 + e^{-\eta}} & \text{при} \quad -1 < \eta < 5, \\ \frac{2}{3} \eta^{3/2} & \text{при} \quad 5 < \eta. \end{cases}$$
(1.33)

Первое приближение ($\eta < -1$, т.е. $F > (\mathcal{E}_v + kT)$) соответствует классической статистике Больцмана. Такой полупроводник, в котором уровень Ферми лежит выше валентной зоны на величину больше чем kT, называется невырожденным полупроводником. При этом концентрация дырок описывается формулой

$$p = N_v \,\mathrm{e}^{-\frac{F - \mathcal{E}_v}{kT}}.\tag{1.34}$$

Если уровень Ферми лежит ниже зоны проводимости более чем на 5kT (третье приближение, т.е. $F < (\mathcal{E}_v - 5kT)$), то полупроводник называется полностью вырожденным. Случай, соответствующий второму

приближению (($\mathcal{E}_v + kT$) > $F > (\mathcal{E}_v - 5kT)$), относится к переходному состоянию от невырожденного полупроводника к полностью вырожденному полупроводнику.

В большинстве электронных приборов используются невырожденные примесные или собственные полупроводники. Поэтому следует более подробно рассмотреть именно такие полупроводники. Концентрации электронов и дырок в них описываются выражениями (1.32) и (1.34). Произведение концентраций электронов и дырок в таких полупроводниках равно квадрату собственной концентрации носителей заряда n_i^2 и не зависит от положения уровня Ферми при любых соотношениях между концентрациями электронов и дырок:

$$np = N_c N_v e^{-\frac{\mathcal{E}_c - \mathcal{E}_v}{kT}} = n_i^2.$$
(1.35)

В случае собственного полупроводника имеет место

$$n = N_c e^{-\frac{\mathcal{E}_c - F}{kT}} = p = N_v e^{-\frac{F - \mathcal{E}_v}{kT}} = n_i.$$
 (1.36)

Выражения уровня Ферми F и собственной концентрации носителей заряда n_i , определяемые из уравнений (1.35) и (1.36), имеют вид

$$F = \frac{\mathcal{E}_v + \mathcal{E}_c}{2} + \frac{kT}{2} \ln\left(\frac{N_v}{N_c}\right)$$
(1.37)

И

$$n_i = \sqrt{N_c N_v} e^{-\frac{\mathcal{E}_g}{2kT}}.$$
(1.38)

Видно, что положения уровня Ферми и концентрация носителей заряда в чистом (собственном) полупроводнике определяются температурой T, шириной запрещенной зоны \mathcal{E}_g и плотностью состояний в разрешенных зонах N_c и N_v .

В случае примесного полупроводника концентрации электронов и дырок могут быть вычислены с помощью выражений (1.23) и (1.28). Для этого должно быть известно положение уровня Ферми. Однако при заданных параметрах \mathcal{E}_g , N_c и N_v положение уровня Ферми само зависит от концентрации носителей заряда. Его положение сильно меняется при введении примесей в решетку полупроводника, поскольку именно уровень Ферми определяет распределение электронов по энергетическим состояниям. Для вычисления положения уровня Ферми используют уравнение электронейтральности, показывающее равенство количества положительных и отрицательных зарядов в единичном объеме полупроводника.

Свободные носители зарядов создаются в результате ионизации как атомов примеси, так и атомов основного вещества. В этих условиях

уравнение электронейтральности, необходимое для определения положения уровня Ферми, можно записать в виде

$$n + N_a^- = p + N_d^+, (1.39)$$

где n — концентрация свободных электронов в зоне проводимости; p — концентрация свободных дырок в валентной зоне; N_d^+ — концентрация ионизированных донорных примесей (или концентрация дырок на донорных уровнях); N_a^- — концентрация ионизированных акцепторных примесей (или концентрация электронов на акцепторных уровнях).

Учитывая соотношения $N_d^+ = N_d - n_d = p_d$ и $N_a^- = N_a - p_a = n_a$, можно получить необходимое уравнение для определения уровня Ферми:

$$n + n_d - p - p_a = N_d - N_a, (1.40)$$

где n_d и n_a — концентрация неподвижных электронов на донорных и акцепторных уровнях; p_d и p_a — концентрация неподвижных дырок (или отсутствие электронов) на донорных и акцепторных уровнях; N_d и N_a — концентрация донорных и акцепторных примесей соответственно.

Для определения положения уровня Ферми нужно выразить входящие в уравнение (1.40) величины через F. Выражения для n и pизвестны, они представлены в (1.23) и (1.28). Теперь нужно выразить N_d^+ и N_a^- через \mathcal{E}_F . Это требует знания функции распределения электронов по локализованным примесным состояниям. Однако функция Ферми–Дирака не может быть непосредственно использована для описания распределения электронов по примесным уровням, поскольку она может применяться только в тех случаях, когда (согласно принципу Паули) на энергетическом уровне могут находиться два электрона с противоположными спинами. Однако в одном локализованном донорном (или акцепторном) уровне может находиться не более одного электрона. Расчеты, проводимые по методу Гиббса, для систем с переменным числом частиц показывают, что функция распределения электронов по локализованным примесным состояниям имеет следующий вид [2, 16]:

$$F_i(\mathcal{E}_i) = \frac{1}{\frac{1}{g_i} e^{\frac{\mathcal{E}_i - F}{kT}} + 1},$$
(1.41)

где g_i — степень вырождения *i*-го примесного уровня; \mathcal{E}_i — энергия этого уровня; F — соответствующий уровень Ферми. В случае донорной примеси $g_i = 2$, а для акцепторной примеси имеет место $g_i = 1/2$. Таким образом, функции распределения электронов по донорным и акцепторным уровням определяются выражениями

$$f_{ed}(\mathcal{E}_d) = \frac{1}{\frac{1}{2}e^{\frac{\mathcal{E}_d - F}{kT}} + 1} \quad \text{if } f_{ea}(\mathcal{E}_a) = \frac{1}{2e^{\frac{\mathcal{E}_a - F}{kT}} + 1}, \quad (1.42)$$

где \mathcal{E}_d и \mathcal{E}_a — энергии донорных и акцепторных уровней соответственно. Используя (1.42), можно получить следующие выражения для функции распределения дырок по донорным (f_{hd}) и акцепторным (f_{ha}) уровням:

$$f_{hd} = 1 - f_{ed} = \frac{1}{2 \operatorname{e}^{\frac{F - \mathcal{E}_d}{kT}} + 1} \quad \text{if } f_{ha} = 1 - f_{ea} = \frac{1}{\frac{1}{2} \operatorname{e}^{\frac{F - \mathcal{E}_a}{kT}} + 1}.$$
 (1.43)

В отличие от зоны проводимости и валентной зоны, имеющих определенную энергетическую ширину, донорные и акцепторные центры имеют единственные энергетические уровни \mathcal{E}_d и \mathcal{E}_a . Поэтому их плотность состояний можно выразить в виде дельта-функции Дирака, т.е.

$$N_d(\mathcal{E}) = N_d \times \delta(\mathcal{E} - \mathcal{E}_d)$$
 и $N_a(\mathcal{E}) = N_a \times \delta(\mathcal{E} - \mathcal{E}_a).$ (1.44)

Теперь можно выразить концентрации электронов на донорных и акцепторных уровнях через уровень Ферми, т.е.

$$n_a = \int f_{ea}(\mathcal{E}) N_a(\mathcal{E}) d\mathcal{E} =$$
$$= \int \delta(\mathcal{E} - \mathcal{E}_a) \frac{N_a}{2 \operatorname{e} \frac{\mathcal{E}_a - F}{kT} + 1} d\mathcal{E} = \frac{N_a}{2 \operatorname{e} \frac{\mathcal{E}_a - F}{kT} + 1} = N_a^-, \quad (1.45)$$

$$n_d = \int f_{ed}(\mathcal{E}) N_d(\mathcal{E}) d\mathcal{E} =$$

= $\int \delta(\mathcal{E} - \mathcal{E}_d) \frac{N_d}{\frac{1}{2} e^{\frac{\mathcal{E}_d - F}{kT}} + 1} d\mathcal{E} = \frac{N_d}{\frac{1}{2} e^{\frac{\mathcal{E}_d - F}{kT}}} + 1.$ (1.46)

Аналогичным образом можно выразить концентрацию дырок на донорных и акцепторных уровнях через уровень Ферми:

$$p_d = \int f_{hd}(\mathcal{E}) N_d(\mathcal{E}) \, d\mathcal{E} = \frac{N_d}{2 \,\mathrm{e}^{\frac{F - \mathcal{E}_d}{kT}} + 1} = N_d^+, \tag{1.47}$$

$$p_a = \int f_{ha}(\mathcal{E}) N_a(\mathcal{E}) \, d\mathcal{E} = \frac{N_a}{\frac{1}{2} e^{\frac{F - \mathcal{E}_a}{kT}} + 1}.$$
(1.48)

Таким образом, подставляя явные выражения n (1.23), p (1.28), n_d (1.45) и p_a (1.47) в уравнение электронейтральности (1.40), можно

получить следующее общее уравнение для определения положения уровня Ферми в примесном уровне:

$$4\pi \left(\frac{2m_e^*}{h^2}\right)^{3/2} \int_{\mathcal{E}_c}^{\infty} \frac{(\mathcal{E} - \mathcal{E}_c)^{1/2}}{e^{\frac{\mathcal{E} - F}{kT}} + 1} d\mathcal{E} + \frac{N_d}{\frac{1}{2} e^{\frac{\mathcal{E}_d - F}{kT}} + 1} - 4\pi \left(\frac{2m_h^*}{h^2}\right)^{3/2} \int_{-\infty}^{\mathcal{E}_v} \frac{(\mathcal{E}_v - \mathcal{E})^{1/2}}{e^{\frac{F - \mathcal{E}}{kT}} + 1} d\mathcal{E} - \frac{N_a}{\frac{1}{2} e^{\frac{F - \mathcal{E}_a}{kT}} + 1} = N_d - N_a. \quad (1.49)$$

Уравнение (1.49) позволяет определить положение уровня Ферми как в вырожденных, так и в невырожденных и собственных полупроводниках. Точное решение уравнения (1.49) не выражается в элементарных функциях, однако в некоторых практических случаях можно получить приближенные аналитические выражения. Применимость этих приближений определяется температурой и концентрацией донорных и акцепторных примесей.

На рис. 1.9, а представлена температурная зависимость положения уровня Ферми в кремнии при различных концентрациях примесей. Расчеты проводились для полупроводника с одним типом (донорным или акцепторным) примесей. Видно, что с увеличением температуры уровень Ферми приближается к середине запрещенной зоны, т.е. к положению уровня Ферми собственного кремния, причем скорость этого приближения зависит от концентрации примесей. После некоторой критической температуры кремний ведет себя как собственный полупроводник, а концентрация носителей заряда определяется межзонной генерацией. Это хорошо видно на примере кремния, легированного донорными примесями до концентрации 10^{15} см⁻³ (рис. 9, б). В области температур T > 400 К преобладает межзонная генерация электронов, в интервале 400 > T > 100 К имеет место насыщение (постоянство) концентрации носителей заряда, обеспечиваемое полной ионизацией донорных примесей. Уменьшение температуры ниже 100 К приводит к замораживанию донорных уровней, поскольку энергия тепловых фононов становится недостаточной для полной ионизации примесных центров.

В случае невырожденного полупроводника с одним типом примеси, например с донорными примесями при достаточно низких температурах и выполнении условия

$$N_d \gg N_d^+ \gg p, \tag{1.50}$$

уравнение электронейтральности (1.39) принимает простой вид:

$$n = N_d^+$$
 или $N_c e^{-\frac{\mathcal{E}_c - F}{kT}} = \frac{N_d}{2 e^{\frac{F - \mathcal{E}_d}{kT}} + 1}.$ (1.51)



Рис. 1.9. Температурные зависимости положения уровня Ферми и концентрации носителей заряда в примесном кремнии [5]

Решая уравнение (1.51) относительно \mathcal{E}_{F} , при условии

$$N_d \gg \frac{N_c}{8} e^{-\frac{\mathcal{E}_c - \mathcal{E}_d}{kT}} \tag{1.52}$$

можно получить следующие выражения для уровня Ферми и концентрации электронов в зоне проводимости:

$$F = \frac{\mathcal{E}_c + \mathcal{E}_d}{2} + \frac{kT}{2} \ln \frac{N_d}{2N_c},\tag{1.53}$$

$$n = N_c e^{-\frac{\mathcal{E}_c - F}{kT}} = \sqrt{\frac{N_c N_d}{2}} e^{-\frac{\mathcal{E}_c - \mathcal{E}_d}{2KT}}.$$
(1.54)

Аналогичные выражения можно получить для полупроводника с акцепторными примесями:

$$F = \frac{\mathcal{E}_v + \mathcal{E}_a}{2} - \frac{kT}{2} \ln \frac{N_a}{2N_v},\tag{1.55}$$

$$p = N_v e^{-\frac{F - \mathcal{E}_v}{kT}} = \sqrt{\frac{N_v N_a}{2}} e^{-\frac{\mathcal{E}_a - \mathcal{E}_v}{2KT}}.$$
(1.56)

Необходимо отметить, что выражения (1.53)-(1.56) применимы при условиях (1.50) и (1.52), которые имеют место в области замораживания примесных центров (см. рис. 1.9, δ).

Традиционные примеси (атомы лития, бора, фосфора и др.), используемые при легировании кремния, полностью ионизируются в интервале температур 400 > T > 100 K, включая комнатную температуру ($T \sim 300$ K), т.е. имеет место насыщение концентрации свободных носителей заряда. При этом выполняются равенства

$$N_d = N_d^+ = n = \text{const}$$
 или $N_a = N_a^- = p = \text{const},$ (1.57)

если выполняется условие

$$N_d^+ \gg n_i$$
 или $N_a^- \gg n_i$, (1.58)

где n_i — собственная концентрация носителей заряда при заданной температуре. Для кремния $n_i = 1.45 \cdot 10^{10}$ см⁻³ при T = 300 K.

1.5. Тепловые колебания решетки кристалла, фононы

Известно, что атомы в нагретом кристалле совершают тепловые колебания относительно своих равновесных положений. Амплитуда тепловых колебаний зависит от температуры. Благодаря этому кристалл имеет определенную теплоемкость, определяемую как сумма энергий всех тепловых колебаний.

Согласно закону Дюлонга и Пти, основанному на классической механике, удельная теплоемкость одного моля кристалла не зависит от температуры и равна

$$C_v = 3Ak \approx 25 \; \text{Дж/K} \cdot \text{моль} \quad ($$
или $\approx 6 \; \text{кал/K} \cdot \text{моль}),$ (1.59)

где A — число Авогадро (число атомов в одном моле кристалла); k — постоянная Больцмана; цифра 3 учитывает три степени свободы каждого атома. Однако реальная теплоемкость кристаллов приближается к этому значению только при высоких температурах ($T \ge 300$ K). Кроме того, при низких температурах теплоемкость стремится к нулю по закону $C_v = \text{const} \cdot T^3$. Такое поведение теплоемкости удалось объяснить с помощью квантовой механики, где предполагалось, что тепловые колебания в кристалле квантованы, а вероятность возбуждения того или иного кванта колебания определяется его энергией и температурой. Были предложены следующие две модели, объясняющие экспериментальные зависимости теплоемкости от температуры для разных кристаллов [12, 17].

В первой модели, разработанной Эйнштейном (1907 г.), предполагалось, что все колебания (осцилляторы) в кристалле имеют фиксированную энергию $\hbar\omega$ и их среднее число определяется статистикой Бозе-Эйнштейна. Общее число осцилляторов в одном моле равно 3*A*. В этом случае среднее значение энергии одного моля кристалла составит

$$\mathcal{E}_m = 3A\hbar\omega \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right) - 1}.$$
(1.60)

Продифференцировав выражения (1.60), можно получить

$$C_v = \frac{d\mathcal{E}_m}{dT} = 3Ak \left(\frac{T_{\mathcal{E}}}{T}\right)^2 \frac{\exp\left(\hbar\omega/kT\right)}{\left[\exp\left(\hbar\omega/kT - 1\right)\right]^2},\tag{1.61}$$

где $T_{\mathcal{E}} = (\hbar\omega/k)$ — температура Эйнштейна. Видно, что $C_v \approx 3Ak$ при $kT \gg \hbar\omega$. Это означает, что модель Эйнштейна хорошо описывает теплоемкость кристаллов в области высоких температур. Однако модель не объясняет закон $C_v = \text{const} \cdot T^3$ в области низких температур $(kT \ll \hbar\omega)$.

Вторая модель была разработана Дебаем (1912 г.). В ней предполагается, что спектр колебаний квантован, но он включает в себя не одну частоту, а набор частот с некоторой максимальной величиной. Кроме того, частота колебаний должна линейно зависеть от волнового вектора. В рамках этих предположений было получено следующее выражение для теплоемкости:

$$C_{v} = 9Ak \left(\frac{T}{T_{D}}\right)^{3} \int_{0}^{\frac{T}{T_{D}}} \frac{x^{4}e^{x}}{\left(e^{x} - 1\right)^{2}} dx, \qquad (1.62)$$

где $x = (\hbar \omega/kT); T_D = (\hbar \omega_m/k)$ — температура Дебая, ω_m — максимальная частота колебаний в кристалле. Анализируя выражение (1.61), можно показать, что в области высоких температур ($T \gg T_D$) теплоемкость $C_v \approx 3Ak$, а при низких температурах ($T \ll T_D$) $C_v \to \text{const} \cdot T^3$. Это означает, что модель Дебая достаточно хорошо описывает экспериментальные данные в широкой области температур.

Таким образом, результаты моделей теплоемкости Эйнштейна и Дебая составляют основу современной теории колебаний кристаллической решетки. Дело в том, что если рассматривать колебания отдельных атомов, то пришлось бы иметь дело с огромным числом взаимосвязанных линейных дифференциальных уравнений, аналитическое решение которых практически невозможно. Поэтому колебания атомов кристалла заменяются распространением в веществе системы звуковых волн, квантами которых являются фононы. Фонон принадлежит к числу бозонов с нулевым спином и описывается статистикой Бозе-Эйнштейна.

Установлено, что спектры фононов первой зоны Бриллюэна идентичны спектрам в других зонах, и поэтому их достаточно рассмотреть только в пределах первой зоны Бриллюэна. При наличии n_0 атомов в элементарной ячейке полное число ветвей в зоне Бриллюэна равно $3n_0$. Из них 3 ветви акустические, а остальные $3n_0 - 3$ ветви являются оптическими. Например, при $n_0 = 3$ имеются 1 продольно-акустическая (Longitudinal Acoustic — LA), 2 поперечно-акустические (Transverse Acoustic — TA), 2 продольно-оптические (Longitudinal Optical — LO) и 4 поперечно-оптические (Transverse Optical — TO) ветви фононов (рис. 1.10). Количество поперечных ветвей в два раза больше продольных благодаря возможности существования в кристалле двух независимых и взаимно-перпендикулярных колебаний [18].

Акустические ветви соответствуют синфазным колебаниям атомов элементарной ячейки кристалла, причем в окрестности центра зоны Бриллюэна связь между частотой ω и волновым числом является линейной, т.е.

$$\omega = s_a k = 2\pi/\lambda,\tag{1.63}$$

где s_a — скорость распространения акустических волн в кристалле, т. е. скорость звука; $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число; λ — длина фонона. Оптические ветви соответствуют противофазным колебаниям атомов элементарной ячейки. Оптические ветви колебаний могут существовать в том случае, если элементарная ячейка кристалла содержит два (например в кристаллах Ge, Si и GaAs) или больше атомов. Энергия оптических фононов обычно достаточно велика и слабо зависит от волнового вектора k [15].



Рис. 1.10. Схематичный вид спектра акустических и оптических фононов в кристалле с $n_0 = 3$ атомами в элементарной ячейке



Рис. 1.11. Измеренные фононные спектры в Ge, Si [19, 20] и GaAs [5, 21]

В трехмерной решетке с одним атомом на элементарную ячейку (например в простой кубической решетке) существуют только три акустические моды. В кристаллах германия и кремния, в элементарной ячейке которых имеются по два атома, существуют три акустические моды (одна продольная и две поперечные) и три оптические моды (одна продольная и две поперечные).

На рис. 1.11 показаны результаты измерений фононных спектров в одном из кристаллических направлений кристаллов Ge, Si и GaAs [5, 19–21]. Видно, что при малых значениях волнового числа k энергии (или частоты) колебаний LA и TA пропорциональны волновому числу, как предсказывалось теорией теплоемкости Дебая. В то же время энергии оптических фононов слабо зависят от волнового числа, что подтверждает правомерность предположений, сделанных в модели теплоемкости Эйнштейна.

Результаты, приведенные на рис. 1.11, показывают, что средняя энергия оптических фононов значительно превосходит энергию акустических фононов. При k = 0 максимальные энергии оптических фононов в Ge, Si и GaAs составляют 0,037, 0,063 и 0,035 эВ соответственно. Поэтому при высоких температурах ($T \sim 300$ K) носители заряда преимущественно взаимодействуют с оптическими фононами.

1.6. Оптические и электрические свойства

Оптические, электрические и фотоэлектрические свойства полупроводников составляют основу многих современных приборов. Взаимодействие оптического излучения с полупроводником характеризуется комплексным показателем преломления

$$n_{\rm op} = n_r - ik_e.$$

Действительная часть показателя преломления n_r определяет скорость распространения в среде, а мнимая часть k_e определяет коэффициент поглощения:

$$n_r = \frac{c}{\vartheta} = \frac{\lambda_0}{\lambda}, \quad \alpha_e = \frac{4\pi k_e}{\lambda},$$
 (1.64)

где c — скорость света в вакууме; ϑ — скорость света в среде (в полупроводнике); λ_0 и λ — длина волны излучения в вакууме и в среде соответственно.

В полупроводниках коэффициент поглощения сильно зависит от длины волны излучения (или энергии фотона). В области энергии фотонов, сравнимых с шириной запрещенной зоны полупроводника, коэффициент поглощения можно выразить как

$$\alpha_{\rm ph} \sim (\mathcal{E}_{\rm phot} - \mathcal{E}_g)^{\gamma},$$
(1.65)

где \mathcal{E}_{phot} — энергия фотона, а γ — постоянная, зависящая от типа квантово-механического перехода. Основной вклад в коэффициент поглощения вносят переходы электрона из валентной зоны в зону проводимости, т.е. межзонные переходы, вызванные поглощением фотона [5].

Существуют разрешенные и запрещенные межзонные переходы, определяемые квантово-механическим правилом отбора. Имеются два типа разрешенных переходов: разрешенные прямозонные переходы (как в GaAs) и разрешенные непрямозонные переходы (как в Ge и Si). Это определяется структурой энергетических зон Бриллюэна. В полупроводниках с прямой запрещенной зоной переходы в основном происходят между двумя разрешенными зонами с одинаковым (в том числе нулевым) значением волнового числа k. Для разрешенных прямозонных переходов величина $\gamma = 0.5$, а для запрещенных прямозонных переходов величина $\gamma = 1.5$, причем последний тип перехода возможен только при $k \neq 0$. Разрешенные прямозонные переходы происходят без участия фононов, а разрешенные непрямозонные и запрещенные непрямозонные переходы возможны только при участии фононов из-за требования закона сохранения импульса. В последних двух случаях фонон либо поглощается, либо испускается, а коэффициент поглощения выражается как

$$\alpha_{\rm ph} \sim \left(\mathcal{E}_{\rm phot} - \mathcal{E}_g \mp \mathcal{E}_{\rm phon}\right)^{\gamma},$$
(1.66)

где $\mathcal{E}_{\text{phon}}$ — энергия фонона; γ — постоянная, которая равна 2 и 3 для разрешенных непрямозонных и запрещенных непрямозонных переходов соответственно.

На рис. 1.12 представлены измеренные коэффициенты поглощения света в Ge, Si и GaAs [22-25]. Сдвиг кривых в сторону более высоких



Рис. 1.12. Измеренные коэффициенты поглощения света в Ge, Si и GaAs [22–25]

энергий фотонов при более низкой температуре связан с температурной зависимостью запрещенной зоны.

Уменьшение интенсивности света за счет поглощения в полупроводнике описывается следующим уравнением:

$$\frac{dP_{\rm ph(x)}}{dx} = -\alpha_{\rm ph} P_{\rm ph}(x). \tag{1.67}$$

Решая уравнения при граничном условии $P_{\rm ph}(x=0)=P_0(1-R_{\rm ref}),$ можно получить выражение

$$P_{\rm ph}(x) = P_0(1 - R_{\rm ref}) \exp\left(-\alpha_{\rm ph}x\right),$$
 (1.68)

где P_0 — интенсивность света с длиной волны λ_0 , падающего на поверхность полупроводника, которая измеряется в единицах BT/см⁻²; $\alpha_{\rm ph}$ — коэффициент поглощения света на длине волны λ_0 ; $R_{\rm ref}$ — коэффициент отражения света от границы полупроводника при нормальном падении:

$$R_{\rm ref} = \frac{\left(1 - n_r\right)^2 + k_e^2}{\left(1 + n_r\right)^2 + k_e^2}.$$
(1.69)

Поглощение света в полупроводнике приводит к увеличению в нем электрон-дырочных пар, и в результате этого проводимость полупроводника увеличивается. При этом величина дрейфового тока определяется выражением

$$J = \sigma \mathcal{E} = q(\mu_n n + \mu_p p) \mathcal{E} = q \vartheta_{dn} n + q \vartheta_{dp} p, \qquad (1.70)$$


Рис. 1.13. Зависимость удельного сопротивления кремния от концентрации примесей [26, 27]

где $\sigma = 1/\rho = q(\mu_n n + \mu_p p)$ — удельная проводимость; ρ — удельное сопротивление полупроводника; μ_n и μ_p — подвижность электронов и дырок соответственно; $\vartheta_{dn} = \mu_n \mathcal{E}$ и $\vartheta_{dp} = \mu_p \mathcal{E}$ — дрейфовые скорости электронов и дырок соответственно.

Если концентрация донорных (или акцепторных) уровней значительно превосходит собственную концентрацию носителей заряда n_i (для кремния $n_i = 1,45 \cdot 10^{10}$ см⁻³), то можно говорить о полупроводнике с чисто электронным (или дырочным) типом проводимости.

На рис. 1.13 приведены результаты измерения удельного сопротивления кремния в зависимости от концентрации примесей (фосфора или бора), однородно распределенных по всему объему кристалла. Видно, что в области концентрации примеси больше 10¹⁶ см⁻³ удельное сопротивление не является линейной функцией концентрации примесей из-за значительного уменьшения подвижности носителей заряда, вызванного их рассеянием на ионизированных примесях.

В таких полярных полупроводниках, как Ge и Si, величина подвижности определяется рассеянием носителей заряда на ионизированных примесях и на акустических фононах [5]. В случае рассеяния только на ионизированных примесях подвижность носителей μ_i описывается выражением [28]

$$\mu_{i} = \frac{64\sqrt{\pi}\,\varepsilon_{s}^{2}(2kT)^{3/2}}{N_{I}q^{3}(m^{*})^{1/2}} \left\{ \ln\left[1 + \left(\frac{12\pi\varepsilon_{s}kT}{q^{2}N_{I}^{1/3}}\right)^{2}\right] \right\}^{-1} \sim \frac{T^{3/2}}{N_{I}(m^{*})^{1/2}},$$
(1.71)

где N_I — концентрация примесей; ε_s — диэлектрическая проницаемость; m^* — эффективная масса носителей заряда. Если рассеяние происходит только на акустических фононах, то подвижность носителей μ_l можно описывать выражением [29]

$$\mu_l = \frac{\sqrt{8\pi} q \hbar^4 C_l}{3\varepsilon_s^2 (m^*)^{5/2} (kT)^{3/2}} \sim \frac{1}{(m^*)^{5/2} T^{3/2}},$$
(1.72)

где C_l — средний продольный модуль упругости полупроводника.

Результирующая подвижность при существовании обоих типов рассеяния выражается как

$$\mu = \left(\frac{1}{\mu_i} + \frac{1}{\mu_l}\right)^{-1}.$$
 (1.73)

Выражения (1.71) и (1.72) показывают, что при рассеянии на ионизированных примесях и на акустических фононах подвижность носителей заряда падает с увеличением эффективной массы. Однако величины μ_i и μ_l по-разному зависят от температуры: с увеличением температуры величина μ_l падает, а величина μ_i растет. Такое поведение подвижности можно использовать для температурной стабилизации некоторых полупроводниковых приборов.

Список литературы к главе 1

- 1. *Bravais A*. Etudes Crystallographiques. Paris: Gauthier-Villars, 1866. 320 p.
- 2. Бонч-Бруевич В. Л., Калашников С. Г. Физика полупроводников. М.: Наука, 1990. 678 с.
- Kittel C. Introduction to Solid State Physics. 8th ed. John Wiley & Sons, Inc., 2004. 680 p.
- 4. Ashcroft N., Mermin N. Solid State Physics. New York: Rinehart and Winston, 1976. 826 p.
- 5. Sze S. M., Ng K. K. Physics of Semiconductor Devices. Hoboken, New Jersey, Canada: John Wiley & Sons, Inc., 2007. 815 p.
- Brillouin L. Wave Propagation in Periodic Structures. 2nd ed. New York: Dover, 1953. 255 p.
- 7. Kittel C. Quantum Theory of Solids. New York: Wiley, 1963. 435 p.
- 8. Cohen M. L., Chelikowsky J. R. Electronic Structure and Optical Properties of Semiconductors. 2nd ed. Berlin: Springer-Verlag, 1988. 264 p.
- 9. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика, нерелятивистская теория. М.: Наука, 1974. 752 с.

- Ельяшевич М. А. Атомная и молекулярная спектроскопия. М.: Эдиториал УРСС, 2001. 896 с.
- 11. Шинкаренко В.Г. Электрические свойства полупроводников и полупроводниковые приборы. М.: Изд-во МФТИ, 2016. 292 с.
- 12. Суриков Вал. И., Суриков Вад. И. Основы теории твердого тела. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2016. 95 с.
- Milnes A. G. Deep Impurities in Semiconductors. New York: Wiley, 1973. 526 p.
- Smith R. A. Semiconductors. 2nd ed. London: Cambridge Univ. Press, 1979. 523 p.
- 15. Киреев П. С. Физика полупроводников. М.: Высш. шк., 1975. 584 с.
- 16. Shockley W. Electrons and Holes in Semiconductors. Princeton, New Jersey: D. Van Nostrand Company Inc., 1950. 558 p.
- 17. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика. М.: Наука, 1969. 588 с.
- Yu P. Y., Cardona M. Fundamentals of Semiconductors. 3rd ed. New York, Berlin, Heidelberg: Springer, 2005. 639 p.
- Brockhouse B. N. Lattice Vibrations in Silicon and Germanium // Phys. Rev. Lett. 1959. V. 2. P. 256–258; https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.2.256.
- Wei S., Chou M. Y. Phonon Dispersions of Silicon and Germanium from First-Principles Calculations // Phys. Rev. B. 1994. V.50, No.4. P. 2221–2226; https://doi.org/10.1103/PhysRevB.50.2221.
- Patel C., Parker T.J., Jamshidi H., Sherman W.F. Phonon Frequencies in GaAs // Phys. Stat. Sol. B. 1984. V.122. P.461-467; https://doi.org/10.1002/pssb.2221220210.
- Dash W. C., Newman R. Intrinsic Optical Absorption in Single-Crystal Germanium and Silicon at 77 K and 300 K // Phys. Rev. 1955. V.99. V.1151–1155; https://doi.org/10.1103/PhysRev.99.1151.
- Philipp H.R., Taft E.A. Optical Constants of Silicon in the Region 1 to 10 eV // Phys. Rev. 1960. V. 120. P. 37–38; https://doi.org/10.1103/PhysRev.120.37.
- Hill D.E. Infrared Transmission and Fluorescence of Doped Gallium Arsenide // Phys. Rev. 1964. V. 133. P. A866–A872; https://doi.org/10.1103/PhysRev.133.A866.
- Casey H. C., Sell D. D., Wecht K. W. Concentration Dependence of the Absorption Coefficient for n- and p-Type GaAs between 1.3 and 1.6 eV // J. Appl. Phys. 1975. V. 46. P. 250–257; https://doi.org/10.1063/1.321330.
- 26. Irvin J. C. Resistivity of Bulk Silicon and of Diffused Layers in Silicon // Bell Syst. Tech. J. 1962. V.41. P.387–410; https://doi.org/10.1002/j.1538-7305.1962.tb02415.x.

- Bulucea C. Recalculation of Irvin's Resistivity Curves for Diffused Layers in Silicon Using Updated Bulk Resistivity Data // Solid-State Electron. 1993. V. 36. P. 489–493; https://doi.org/10.1016/0038-1101(93)90257-Q.
- Conwell E., Weisskopf V. F. Theory of Impurity Scattering in Semiconductors // Phys. Rev. 1950. V. 77. P. 388–389; https://doi.org/10.1103/PhysRev.77.388.
- Bardeen J., Shockley W. Deformation Potentials and Mobilities in Non-Polar Crystals // Phys. Rev. 1950. V. 80. P. 72–80; https://doi.org/10.1103/PhysRev.80.72.

Глава 2

ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЕ *p*-*n*-переходы И ИХ СВОЙСТВА В СИЛЬНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЯХ

В начале главы приведены основные уравнения, используемые для описания электрических и фотоэлектрических характеристик p-n-перехода. Обсуждаются механизмы рекомбинации, генерации и рассеяния носителей заряда в трех полупроводниках: Ge, Si и GaAs. Далее приведены основные теории ударной ионизации полупроводников в области высоких электрических полей. В конце рассмотрен процесс лавинного умножения носителей заряда в p-n-переходах.

2.1. Основные уравнения и примеры их использования

Основными уравнениями для описания статического и динамического поведения носителей в полупроводниках считаются уравнение Пуассона для электрического потенциала U, уравнение для плотности полного тока J_t и уравнения непрерывности тока. Эти уравнения в одномерной декартовой системе координат имеют следующие формы [1].

Уравнение Пуассона:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\rho(x)}{\varepsilon_s} = \frac{q(p + N_d^+ - n - N_a^-)}{\varepsilon_s},$$
 (2.1)

где E — напряженность электрического поля; ρ — плотность объемного заряда; q — элементарный заряд; ε_s — диэлектрическая проницаемость полупроводника; N_d^+ и N_a^- — концентрация ионизированных донорных и акцепторных центров соответственно.

Уравнение для плотности полного тока:

$$J_{t} = J_{d} + J_{c},$$

$$J_{d} = \varepsilon_{s} \frac{\partial E}{\partial t},$$

$$J_{c} = J_{n} + J_{p},$$

$$J_{n} = q\mu_{n}nE + qD_{n} \frac{\partial n}{\partial x},$$

$$J_{p} = q\mu_{p}pE - qD_{p} \frac{\partial p}{\partial x},$$
(2.2)

где J_d — плотность тока смещения; J_c — плотность тока проводимости; J_n — плотность электронного тока проводимости; μ_n — подвижность электронов; D_n — коэффициент диффузии электронов. Аналогичные обозначения имеют место для дырок.

Учитывая соотношения Эйнштейна между коэффициентом диффузии и дрейфовой подвижностью электронов и дырок в невырожденном полупроводнике

$$D_n = \mu_n \frac{kT}{q} \quad \text{i} \quad D_p = \mu_p \frac{kT}{q}, \tag{2.3}$$

выражения для плотности тока проводимости можно записать в следующей форме:

$$J_n = q\mu_n \left(nE + \frac{kT}{q} \frac{\partial n}{\partial x} \right), \qquad (2.4)$$

$$J_p = q\mu_p \left(pE + \frac{kT}{q} \frac{\partial p}{\partial x} \right).$$
(2.5)

Уравнения непрерывности:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = G_n - R_n + \frac{1}{q} \frac{\partial J_n}{\partial x}, \qquad (2.6)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = G_p - R_p - \frac{1}{q} \frac{\partial J_p}{\partial x},\tag{2.7}$$

где G_n и G_p — темп генерации электронов и дырок в единице объема (см⁻³ · c⁻¹).

Уравнения (2.4)–(2.7) написаны для проводника с малой концентрацией примесей, т. е. $n \approx p \approx n_i$. Если рассматривается процесс в полупроводнике с *n*-типом (или *p*-типом) проводимости, т. е. n (или p) $\gg n_i$, то в вышеупомянутых уравнениях необходимо ставить концентрацию неосновных носителей заряда — электронов n_p (или p_n). Величины темпов генерации G_n и G_p определяются внешними факторами, такими как фотоэффект при поглощении света или ударная ионизация в условиях сильных электрических полей. Напротив, величины темпов рекомбинации R_n и R_p определяются внутренним свойством самого полупроводника. Если концентрация избыточных неосновных носителей заряда в полупроводнике значительно меньше концентрации основных носителей заряда, то величины R_n и R_p можно выразить как

$$R_n \approx \operatorname{const}\left(n_p - n_{p0}\right) = \frac{n_p - n_{p0}}{\tau_n},\tag{2.8}$$

$$R_p \approx \operatorname{const}\left(p_n - p_{n0}\right) = \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p},\tag{2.9}$$

где n_{p0} и n_p — равновесная и неравновесная концентрации электронов в полупроводнике *p*-типа проводимости соответственно; τ_n — характерное время жизни неосновных носителей заряда, т.е. электронов.

Аналогичные обозначения имеют место для полупроводника *n*-типа проводимости.

С учетом вышеупомянутых замечаний уравнения (2.6) и (2.7) принимают следующий вид:

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} = G_n - \frac{n_p - n_{p0}}{\tau_n} + n_p \mu_n \frac{\partial E}{\partial x} + \mu_n E \frac{\partial n_p}{\partial x} + D_n \frac{\partial^2 n_p}{\partial x^2}, \qquad (2.10)$$

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = G_p - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} - p_n \mu_p \frac{\partial E}{\partial x} - \mu_p E \frac{\partial p_n}{\partial x} + D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2}.$$
 (2.11)

Пример 1. Релаксация избыточных носителей заряда. Пусть имеется образец *n*-типа проводимости, в котором избыточные электрондырочные пары, генерированные светом со скоростью G_p , равномерно распределены по всему объему образца (рис. 2.1, *a*). Для этого толщина образца должна быть много меньше величины $1/\alpha_{\rm ph}$, где $\alpha_{\rm ph}$ — коэффициент поглощения света. При граничных условиях $E = (\partial E/\partial x) = 0$ и $(\partial p_n/\partial x) = 0$ уравнение (2.11) имеет вид

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = G_p - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p}.$$
(2.12)

Пусть в момент времени t = 0 свет выключается ($G_p = 0$). После этого момента концентрация неосновных носителей определяется уравнением

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = G_p - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p},\tag{2.13}$$

которое имеет следующее решение при начальном условии $p_n(0) = p_{n0} + \tau_p G_p$:

$$p_n(t) = p_{n0} + \tau_p G_p \,\mathrm{e}^{-(t/\tau_p)}. \tag{2.14}$$

Выражение (2.14) используют для определения времени жизни неосновных носителей заряда в полупроводниках [2]. На рис. 2.1, *в* схематически представлена соответствующая установка.



Рис. 2.1. Релаксация фотовозбужденных носителей заряда [2]: *a*) образец *n*-типа проводимости с *n*⁺ областями при постоянном освещении; *б*) зависимость концентрации неосновных носителей заряда (дырок) от времени; *в*) схема эксперимента для определения времени жизни неосновных носителей

Пример 2. Стационарная и нестационарная диффузии неосновных носителей заряда. Пусть узкий участок образца *n*-типа проводимости освещается коротким импульсным светом, причем к образцу подключено напряжение, создающее в нем однородное электрическое поле, т. е. $(\partial E/\partial x) \neq 0$ в уравнении (2.11). Схема эксперимента представлена на рис. 2.2. После окончания светового импульса ($G_p = 0$) распределение неравновесных дырок в образце определяется уравнением

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = -\frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} - \mu_p E \frac{\partial p_n}{\partial x} + D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2}.$$
(2.15)

В стационарных условиях, когда отсутствует электрическое поле (E = 0), решение уравнения (2.10) имеет вид [1]

$$p_n(x,t) = \frac{N_0}{\sqrt{4\pi D_p t}} \exp\left(-\frac{x^2}{4D_p t} - \frac{t}{\tau_p}\right) + p_{n0}, \qquad (2.16)$$

где N_0 — начальная поверхностная плотность избыточных неосновных носителей заряда, созданных световым импульсом на поперечном сечении образца. На рис. 2.2, *а* видно, что носители заряда одинаково диффундируют в обе стороны и рекомбинируют, но положение их центра масс не меняется.



Рис. 2.2. Диффузия локального «пакета» неосновных носителей заряда [3]: *а*) стационарная диффузия, источник напряжения V₀ отключен; б) нестационарная диффузия, источник напряжения V₀ включен

В нестационарных условиях, когда в образце присутствует однородное электрическое поле ($E \neq 0$), локальный «пакет» неосновных носителей заряда (в данном случае дырки) перемещается вдоль электрического поля, имея дрейфовую скорость $\vartheta_p = \mu_p E$ (см. рис. 2.2, б). Такое поведение пакета неосновных носителей заряда описывается следующим выражением, являющимся решением уравнения (2.15):

$$p_n(x,t) = \frac{N_0}{\sqrt{4\pi D_p t}} \exp\left(-\frac{(x-\mu_p E t)^2}{4D_p t} - \frac{t}{\tau_p}\right) + p_{n0}.$$
 (2.17)

Выражение (2.17) впервые было использовано в работе [3] для измерения дрейфовой подвижности носителей заряда в полупроводниках. На рис. 2.2, б схематически представлена соответствующая установка. Видно, что если знать длину образца L и величину напряженности поля $E = V_0/L$ и измерить время задержки t_1 между световым импульсом и детектированным электрическим импульсом неосновных носителей заряда, то можно определить подвижность $\mu_p = (x_1/Et_1)$.

2.2. Полупроводниковые p-n-переходы

Полупроводниковые p-n-переходы играют важную роль в современной микро- и наноэлектронике, в том числе в детекторах частиц и ионизирующего излучения. Практически во всех микроэлектронных приборах использутся свойства p-n-переходов. Ниже кратко будут рассмотрены технология изготовления и основные свойства преимущественно кремниевых p-n-переходов.

На рис. 2.3 схематически показаны три способа изготовления кремниевых p-n-переходов. Наиболее простым из них является сплавной способ, который был использован при создании первых p-n-переходов. Для этого небольшую алюминиевую таблетку ставили на поверхность кремниевой пластины и грели до температуры ~580-600 °C.



Рис. 2.3. Методы изготовления кремниевых *p*-*n*-переходов: *a*) сплавной переход; *б*) диффузионный переход; *в*) ионно-имплантированный переход

В результате диффузии атомов алюминия в кремний образовалась область пластины *p*-типа проводимости. Оставшуюся часть алюминия использовали в качестве контакта к *p*-области. В качестве контакта к *n*-области использовали Аu-слой, нанесенный на обратную сторону пластины (puc. 2.3, *a*).

Более современным и достаточно точным по размерам является диффузионный метод. Для этого на поверхности кремниевой пластины при высокой температуре (~ 1000 °C) выращивают слой двуокиси кремния (SiO₂) толщиной около 1 мкм. Здесь слой SiO₂ используется в качестве защитного слоя. Затем фотолитографическим способом удаляют участки SiO₂, необходимые для p-n-перехода. Акцепторные примеси диффундируются только в открытые участки поверхности кремния, поскольку остальные участки защищены слоем SiO₂. После этого формируют лицевые и обратные металлические контакты (рис. 2.3, δ). Для улучшения омического контакта на обратной стороне предварительно формируют n^+ -слой с повышенной концентрацией примеси.

Наиболее современным и точным как по размерам, так и по величине дозы легирования является метод ионного легирования (рис. 2.3, *в*). В качестве источника ионного пучка применяют специальные установки с энергией ионов As, Sb, P и B от 10 кэВ до 1 МэВ. Здесь в качестве защитного слоя используют не только слой SiO₂, но и специальные фоточувствительные слои (фоторезисты), позволяющие создавать p-n-переходы при более низких температурах (~700-800 °C).

Как упоминалось выше, полупроводниковый *p*-*n*-переход возникает при непосредственном контакте двух электронейтральных полупроводниковых областей с разными типами проводимости. До соприкосновения области p и n имеют разные уровни Ферми (F_{n0} и F_{n0} соответственно), с помощью которых можно определить концентрации соответствующих носителей заряда (рис. 2.4, а и б). В момент соприкосновения областей р и п существует большой градиент концентрации электронов и дырок. В результате этого начинается диффузия электронов из *n*-области в *p*-область и дырок из *p*-области в *n*-область. Диффузионные потоки приводят к разделению зарядов в приграничной области, вследствие чего появляется положительный объемный заряд ионизированных донорных центров в *n*-области толщиной W_n и отрицательный объемный заряд ионизированных акцепторных центров в *p*-области толщиной W_p . Фактически создаются обедненные от основных носителей заряда области с толщинами W_n в *n*-области и W_n в р-области полупроводника. Объемные заряды создают достаточно сильное внутреннее электрическое поле, направленное от *n*-области к *p*-области и препятствующее дальнейшему движению обоих носителей заряда. В результате устанавливается равновесное состояние, которое характеризируется постоянством уровня Ферми $F = F_n = F_n$ для всего



Рис. 2.4. Сечение и энергетическая зона *p*-*n*-перехода: *a*) отдельные области *p*- и *n*-типов; *б*) зонная диаграмма отдельных областей *p*- и *n*-типов; *в*) непосредственный контакт областей *p*- и *n*-типов, образующих *p*-*n*-переход; *c*) зонная диаграмма *p*-*n*-перехода

полупроводника (рис. 2.4, в и г). При этом выполняется условие электронейтральности, т. е.

$$qW_n N_d^+ = qW_p N_a^-. (2.18)$$

Поскольку отсутствует внешнее электрическое поле, то ток проводимости равен нулю:

$$J_n = q\mu_n \left(nE + \frac{kT}{q} \frac{\partial n}{\partial x} \right) = \mu_n n \frac{\partial F}{\partial x} = 0, \qquad (2.19)$$

$$J_p = q\mu_p \left(pE + \frac{kT}{q} \frac{\partial p}{\partial x} \right) = \mu_p p \frac{\partial F}{\partial x} = 0.$$
 (2.20)

При этом в приграничной области p-n-перехода, где имеется внутреннее электрическое поле, энергетические зоны искривляются и формируется потенциальный барьер U_{pn} для электронов и дырок. Высота этого барьера определяется разностью между прежними равновесными положениями уровней Ферми в областях p- и n-типов и описывается выражением

$$U_{pn} = \frac{1}{q} \left(F_{n0} - F_{p0} \right) = \frac{1}{q} \left[E_g - \left(qU_n + qU_p \right) \right] = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{N_c N_v}{n_i^2} \right) - \left[\frac{kT}{q} \ln \left(\frac{N_c}{n_{n0}} \right) + \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{N_v}{p_{p0}} \right) \right] = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{n_{n0} p_{p0}}{n_i^2} \right). \quad (2.21)$$

Поскольку в равновесном состоянии $n_{n0}p_{n0} = n_{p0}p_{p0} = n_i^2$ и в широком интервале температур (T = 100-400 K) все примеси в объеме кремния ионизованы, т. е. $n_{n0} = N_d^+ \approx N_d$ и $p_{p0} = N_a^- \approx N_a$, то выражение (2.21) принимает вид

$$U_{pn} = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{p_{p0}}{p_{n0}}\right) = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{n_{n0}}{n_{p0}}\right) \approx \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{N_d N_a}{n_i^2}\right).$$
(2.22)

Теперь рассмотрим распределение потенциала в области обедненного слоя в p-n-переходе. Для этого нужно решить уравнение Пуассона для p- и n-областей (см. рис. 2.4, s, c):

$$-\frac{\partial^2 U_n}{\partial x^2} = \frac{\partial E_n}{\partial x} = \frac{qN_d}{\varepsilon_s} \quad \text{для} \quad 0 < x \leqslant W_n, \tag{2.23}$$

$$-\frac{\partial^2 U_p}{\partial x^2} = \frac{\partial E_p}{\partial x} = -\frac{qN_a}{\varepsilon_s} \quad \text{для} \quad -W_p \leqslant x < 0. \tag{2.24}$$

Здесь предполагается, что $N_d^+ \approx N_d$ и $N_a^- \approx N_a$ во всем объеме полупроводника, а также считается, что $n_n \approx 0$ и $p_p \approx 0$ в обедненных областях p-n-перехода.

Интегрируя уравнения (2.23) и (2.24) при граничных условиях

$$E_n(x = W_n) = \frac{\partial U_n(x = W_n)}{\partial x} = 0,$$

$$E_p(x = -W_p) = -\frac{\partial U_p(x = -W_p)}{\partial x} = 0,$$

$$U_n x = W_n) = 0,$$

$$U_p(x = -W_p) = U_{pn},$$

(2.25)

получаем следующие выражения для электрического поля:

$$E_n(x) = -\frac{qN_d}{\varepsilon_s}(W_n - x)$$
 для $0 < x \le W_n,$ (2.26)

$$E_p(x) = -\frac{qN_a}{\varepsilon_s}(W_p + x) \quad \text{для} \quad -W_p \leqslant x < 0.$$
 (2.27)

Проинтегрировав уравнения (2.26) и (2.27), получаем распределение потенциала в обедненных областях *p*-*n*-перехода:

$$U_n(x) = \frac{qN_d}{2\varepsilon_s} (W_n - x)^2 \quad \text{для} \quad 0 < x \leqslant W_n, \tag{2.28}$$

$$U_p(x) = U_{pn} - \frac{qN_a}{2\varepsilon_s} (W_p + x)^2 \quad \text{для} \quad -W_p \leqslant x < 0.$$
 (2.29)

Используя непрерывность электрического поля и потенциала на границе (x = 0) p-n-перехода, имеем

$$E_n(0) = E_p(0)$$
 или $\frac{qN_d}{\varepsilon_s}W_n = \frac{qN_a}{\varepsilon_s}W_p = E_{\max},$ (2.30)

$$U_n(0) = U_p(0)$$
 или $\frac{qN_d}{2\varepsilon_s}W_n^2 = U_{pn} - \frac{qN_a}{2\varepsilon_s}W_p^2.$ (2.31)

Уравнение (2.30) подтверждает условие сохранения электронейтральности, а уравнение (2.31) позволяет получить выражение для контактной разности потенциалов в виде

$$U_{pn} = \frac{qN_d}{2\varepsilon_s}W_n^2 + \frac{qN_a}{2\varepsilon_s}W_p^2 = \frac{qN_dW_n}{2\varepsilon_s}(W_n + W_p) = \frac{E_{\max}}{2}W, \quad (2.32)$$

где E_{\max} — максимальная величина электрического поля; $W = W_n + W_p$ — полная толщина обедненного слоя в p-n-переходе.

Выражения (2.28)–(2.32) значительно упрощаются при рассмотрении резкого несимметричного, например, p^+-n -перехода, когда $N_a \gg N_d$. В таком случае имеет место $W_p \ll W_n \approx W$. Поэтому можно считать, что

$$E(x) = -\frac{qN_d}{\varepsilon_s}(W-x), \quad U(x) = \frac{qN_d}{2\varepsilon_s}(W-x)^2, \quad (2.33)$$

$$W = \sqrt{\frac{2\varepsilon_s U_{pn}}{qN_d}} \,. \tag{2.34}$$

При подаче на p^+-n -переход напряжения величиной U полное изменение электростатического потенциала на нем составит $U + U_{pn}$ для обратного смещения (т.е. положительная полярность U подключена

к n-области) и $U - U_{pn}$ для прямого смещения. Тогда выражение (2.34) будет иметь вид

$$W = \sqrt{\frac{2\varepsilon_s(U \pm U_{pn})}{qN_d}}.$$
(2.35)

Здесь знак «+» относится к обратному смещению. Выражения (2.33)–(2.35) могут применяться также для n^+-p -перехода ($N_a \ll N_d$). Для этого нужно заменить N_d на N_a .

Барьерная емкость p-n-перехода. Обедненный слой p-n-перехода имеет достаточно высокое сопротивление и находится между двумя необедненными слоями полупроводника. Поэтому p-n-переход имеет определенную емкость, величина которой определяется выражением

$$C_{pn} = \frac{\partial Q_{pn}}{\partial U} = \frac{\partial (qN_bW)}{\partial U} = \frac{\partial}{\partial U} \left(qN_b \sqrt{\frac{2\varepsilon_s(U \pm U_{pn})}{qN_b}} \right) = \frac{\varepsilon_s}{W}, \quad (2.36)$$

где $Q_{pn} = qN_bW$ — поверхностная плотность заряда обедненной области; N_b — концентрация примесей в слаболегированной области p-n-перехода.

Вольт-амперные характеристики *p*-*n*-перехода при постоянном смещении описываются известной формулой Шокли [1]

$$J_c = J_n + J_p = J_s (e^{qU/kT} - 1), (2.37)$$

где величина приложенного напряжения U отрицательна при обратных смещениях диода; $J_s = \frac{qD_pp_{n0}}{L_p} + \frac{qD_nn_{p0}}{L_n}$ — ток насыщения; $L_n = \sqrt{D_n\tau_n}$ — диффузионная длина для электронов; D_n — коэффициент диффузии для электронов; τ_n — время жизни для электронов. Аналогичные обозначения имеют место для дырок (рис.2.5).



Рис. 2.5. Идеальная вольт-амперная характеристика по формуле Шокли: *а*) линейный масштаб; *б*) полулогарифмический масштаб

Выражение (2.37) выведено для невырожденного полупроводника при трех основных допущениях: 1) приближения обедненного слоя с резкими границами, вне которых полупроводник считается электронейтральным; 2) отсутствия в объеме обедненного слоя генерации и рекомбинации носителей заряда; 3) отсутствия поверхностной утечки. Несмотря на эти допущения, формула Шокли достаточно хорошо описывает особенности p-n-перехода, хотя в реальных приборах темновой ток значительно превосходит величины J_s при обратных смещениях. Это объясняется тем, что при обратном смещении реального p-n-перехода полный ток J_s содержит несколько составляющих:

$$J_c \approx J_s + J_{\text{gen}} + J_{\text{sur}},\tag{2.38}$$

где $J_{\rm gen}$ — ток термогенерации в области p-n-перехода; $J_{\rm sur}$ — ток утечки. Ток термогенерации вызван тепловой генерацией носителей внутри p-n-перехода. Он увеличивается с ростом обратного напряжения, так как происходит расширение p-n-перехода. Ток утечки возникает в местах выхода p-n-перехода на поверхность полупроводника.

Температурная зависимость p-n-перехода при обратных смещениях в теории Шокли определяется поведением тока насыщения J_s . Например, в случае несимметричного резкого p^+-n -перехода (т.е. $p_{n0} \gg n_{p0}$) вторым членом можно пренебречь. Все величины D_p , p_{n0} и $L_p = \sqrt{D_p \tau_p}$ зависят от температуры. Если считать, что отношение D_p/τ_p пропорционально T^{γ} , где γ — постоянная величина, то температурную зависимость J_s можно выразить следующим образом [1]:

$$J_s \approx \frac{qD_p p_{n0}}{L_p} \approx \frac{qn_i^2}{N_d} \sqrt{D_p/\tau_p} \sim T^{3+\gamma 2} \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right), \qquad (2.39)$$

где N_d — концентрация примесей в слаболегированной n-области $p^+ - n$ -перехода.

Экспериментальные исследования вольт-амперных характеристик p^+-n -переходов показывают, что основной вклад в температурную зависимость вносят экспоненциальные члены в выражениях (2.37) и (2.39), т.е. при обратном смещении $J_c \sim \exp{(E_g/kT)}$, а при прямом смещении $J_c \sim \exp{(qU/kT)}$.

2.3. Механизмы рекомбинации, генерации и рассеяния носителей заряда

При нарушении термодинамического равновесия в полупроводнике начинаются кинетические процессы, с помощью которых система стремится в равновесие. Изменение равновесной концентрации носителей заряда в ограниченной области относится к таким нарушениям. Показателем нарушения является невыполнение равенства $np = n_i^2$. В случае $np > n_i^2$ преобладает процесс рекомбинации, а при $np < n_i^2$ — процесс генерации носителей заряда. Эти два случая могут осуществляться, например, при положительном и отрицательном смещении p-n-перехода. Оба процесса в полупроводниках осуществляются путем прямых переходов зона-зона и переходов зона-зона через энергетические уровни, расположенные в запрещенной зоне.

В качестве примера рассмотрим процессы рекомбинации и генерации в полупроводнике *n*-типа проводимости. Условие $np = n_{n0}(p_{n0} + \Delta p) > n_i^2$ означает, что в полупроводник *n*-типа проводимости инжектированы неравновесные неосновные носители заряда (дырки), где $\Delta p = p - p_{n0}$ — концентрация избыточных дырок, n_{n0} и p_{n0} — равновесные концентрации электронов и дырок соответственно. В этом случае (согласно теории Шокли-Рида-Холла [1]) скорость рекомбинации описывается выражением

$$U_{\rm re} = \frac{\sigma_n \sigma_p \vartheta_s N_t (pn - n_i^2)}{\sigma_n \left[n + n_i \exp\left(\frac{\mathcal{E}_t - \mathcal{E}_i}{kT}\right) \right] + \sigma_p \left[p + n_i \exp\left(\frac{\mathcal{E}_i - \mathcal{E}_t}{kT}\right) \right]}, \quad (2.40)$$

где σ_n и σ_p — сечения захвата электронов и дырок соответственно; \mathcal{E}_t — энергетическое положение ловушек в запрещенной зоне. Видно, что максимум $U_{\rm re}$ достигается при $\mathcal{E}_t \approx \mathcal{E}_i$, т. е. когда уровень ловушек близок к середине запрещенной зоны. Если учитывать влияние только таких ловушек, то при слабой инжекции дырок ($\Delta p = p - p_{n0} \ll n$) в полупроводник *n*-типа проводимости скорость рекомбинации принимает вид

$$U_{\rm re} = \frac{\sigma_n \sigma_p \vartheta_s N_t [(p_{n0} + \Delta p)n - n_i^2]}{\sigma_n n} \approx \sigma_p \vartheta_s N_t \Delta p = \frac{\Delta p}{\tau_p}, \qquad (2.41)$$

где $\tau_p = 1/(\sigma_p \vartheta_s N_t)$ — время жизни неравновесных дырок, инжектированных в полупроводник *n*-типа проводимости. Аналогичное выражение имеет место в случае инжекции электронов в полупроводник *p*-типа проводимости, т.е. $\tau_n = 1/(\sigma_n \vartheta_s N_t)$, где τ_n — время жизни неравновесных электронов, инжектированных в полупроводник *p*-типа проводимости.

Условие $np \ll n_i^2$ выполняется в области обедненного слоя обратно смещенного p-n-перехода, в котором преобладает процесс генерации носителей заряда. Выражение скорости генерации для этого случая может быть получено из (2.40) при условии $n \ll n_i$ и $p \ll n_i$:

г

$$U_{\rm ge} = -\left[\frac{\sigma_n \sigma_p \vartheta_s N_t}{\sigma_n \exp\left(\frac{E_t - E_i}{kT}\right) + \sigma_p \exp\left(\frac{E_i - E_t}{kT}\right)}\right] n_i = \frac{n_i}{\tau_{\rm ge}}, \quad (2.42)$$

где $au_{
m ge}$ — характерное время жизни генерации, равное обратной величине выражения в квадратных скобках (2.42). Учитывая это, полный генерационный ток p-n-перехода можно выразить как

$$J_{\rm ge} = \int_{0}^{W} q |U_{\rm ge}| \partial x \approx q |U_{\rm ge}| W \approx \frac{q n_i W}{\tau_{\rm ge}}, \qquad (2.43)$$

где W — полная толщина обедненного слоя. Тогда полный ток проводимости обратно смещенного несимметричного p^+-n -перехода составит сумму диффузионной компоненты тока из электронейтральной части n-области и генерационной компоненты тока из обедненной области:

$$J_R = J_s + J_{ge} \approx \frac{q n_i^2}{N_d} \sqrt{\frac{D_p}{\tau_p}} + \frac{q n_i W}{\tau_{ge}}.$$
 (2.44)

Подставив выражение W из (2.35) в (2.44), получим

$$J_R = \frac{qn_i^2}{N_d} \sqrt{\frac{D_p}{\tau_p}} + \frac{qn_i}{\tau_{\rm ge}} \sqrt{\frac{2\varepsilon_s(U \pm U_{pn})}{qN_d}}.$$
 (2.45)

Выражение (2.45) показывает, что обратный ток в реальных p-n-переходах не насыщается, как показывает формула Шокли, а увеличивается с ростом приложенного напряжения. В зависимости от температуры окружающей среды и ширины запрещенной зоны может преобладать либо первый, либо второй член выражения (2.45). Например, при комнатной температуре в германиевых p^+-n -переходах преобладает диффузионная компонента, а в кремниевых диодах — генерационная компонента тока.

Изучение процесса рассеяния носителей заряда во внешних электрических полях требует знания зонной структуры, плотности примесей, температуры внешней среды и других параметров полупроводника. Эволюция состояния носителей заряда в фазовом пространстве описывается кинетическим уравнением Больцмана, в котором учитываются основные типы рассеяния, такие как рассеяние на акустических и оптических фононах, рассеяние на ионизованных примесях, междолинное и межзонное рассеяния, ударная ионизация и др. [4–6].

В отсутствие внешних электрических полей носители заряда находятся в тепловом равновесии с решеткой полупроводника, и поэтому их энергетическое распределение описывается распределением Максвелла. В области слабых электрических полей $E \sim 10^3$ В/см носители заряда приобретают значительно меньше средней энергии на длине свободного пробега, чем энергия акустических фононов. При этом дрейфовая скорость носителей заряда растет пропорционально электрическому полю, что свидетельствует о выполнении закона Ома. Дрейфовая скорость электронов ϑ_n и ϑ_p выражается известными фор-

мулами $\vartheta_n = \mu_n E$ и $\vartheta_p = \mu_p E$, где μ_n и μ_p — подвижности электронов и дырок соответственно, и не зависит от электрического поля.

Рост дрейфовой скорости соответственно энергии носителей заряда продолжается с увеличением поля до тех пор, пока себя не проявит следующий механизм рассеяния, обеспечивающий рост потери энергии носителей заряда. Рассеяние носителей заряда на оптических фононах, энергия которых значительно превосходит энергии акустических фононов, является одной из основных причин потери энергии при высоких электрических полях. Свидетельством этому могут служить экспериментальные данные о дрейфовой скорости носителей заряда в чистых (не легированных) кристаллах, приведенные на рис. 2.6. Видно, что в области напряженности электрического поля $E > 3 \cdot 10^3$ В/см темп роста дрейфовой скорости замедляется за счет уменьшения подвижности носителей заряда. С увеличением напряженности поля средние значения дрейфовых скоростей электронов ϑ_n и дырок ϑ_p в кремнии монотонно растут до достижения своих максимальных значений $\vartheta_s \sim 10^7$ см/с. Поведение дрейфовой скорости носителей заряда в GaAs имеет более сложный характер. Здесь с увеличением напряженности поля дрейфовая скорость сначала достигает своего максимального значения, а затем значительно падает. Этот эффект связан с проявлением междолинного и межзонного рассеяний носителей заряда, которые характерны для полярных полупроводников, таких как GaAs, GaSb, GaP и др. В результате этого закон Ома перестает выполняться [6,7].

Замедление темпа роста дрейфовой скорости вызвано также рассеянием носителей заряда на ионизированных примесях. Этот процесс приводит к увеличению эффективной массы носителей заряда, и в



Рис. 2.6. Зависимость дрейфовой скорости носителей заряда в чистых кристаллах Si, Ge и GaAs от напряженности электрического поля [8,9]



Рис. 2.7. Зависимость подвижности носителей заряда в кристаллах Si, Ge и GaAs от концентрации примесей [10]

результате их подвижность значительно падает при увеличении концентрации примесей (рис. 2.7).

При дальнейшем росте напряженности электрического поля в полупроводнике происходит резкое увеличение количества свободных носителей заряда, обеспечивающих резкий рост тока в электрической цепи. Причиной этого явления могут быть либо туннелирование электронов из валентной зоны в зону проводимости (эффект Зенера), либо ударнополевая ионизация в полупроводнике. Известно, что эффект Зенера достигается в высоколегированных полупроводниках с концентрацией примесей, превышающей 10¹⁸ см⁻³, когда высокое электрическое поле локализовано на толщине, значительно меньшей одного микрометра. В области умеренных или низких концентраций примесей резкий рост тока в полупроводнике вызван ударной ионизацией, обеспечивающей лавинное умножение носителей заряда.

2.4. Теория ударной ионизации полупроводников

Процесс ударной ионизации в полупроводниковых кристаллах германия и кремния впервые обнаружен и исследован в работах [11, 12]. Авторами этих работ было доказано, что резкий рост тока в германиевых и кремниевых p-n-переходах связан именно с ударной ионизацией, а не с известным тогда эффектом Зенера. Все это стало началом бурных исследований ударной ионизации и лавинного умножения носителей заряда не только в вышеупомянутых, но и в других полупроводниках.

При ударной ионизации подвижные носители заряда (т.е. электроны, находящиеся в зоне проводимости, и дырки, находящиеся в валентной зоне), ускоряясь за счет внешнего электрического поля, набирают достаточную энергию для выброса новых электронов из валентной зоны в зону проводимости полупроводника. Для этого начальная энергия совершивших ионизацию носителей заряда должна быть больше некоторой пороговой энергии $\mathcal{E}_{\mathrm{th}}$, превышающей энергетическую ширину запрещенной зоны \mathcal{E}_g полупроводника. Понятно, что носители заряда с максимальной средней скоростью $\vartheta_s \approx 10^7$ см/с, соответствующей энергии $\approx 0,03$ эВ, не смогут совершить ударную ионизацию даже в самом узкозонном полупроводнике. Это означает, что ударную ионизацию совершают только те носители заряда, энергия которых находится на «хвосте» энергетического распределения. С увеличением напряженности поля растет средняя скорость, следовательно, растет и доля носителей заряда, способных совершать ударную ионизацию полупроводника.

Физические условия, необходимые для достижения ударной ионизации полупроводника, впервые сформулированы в работе Л. В. Келдыша [5]. Эти условия основываются на законах сохранения энергии и импульсов в процессе ударной ионизации и минимизации энергии конечных носителей заряда. Установлено, что для минимизации энергии конечных носителей заряда необходимо равенство фазовых скоростей конечных частиц. Сам процесс ударной ионизации характеризуется коэффициентом ионизации электронов и дырок, определяемым как среднее число ионизаций, производимых носителями заряда на единице пути в направлении электрического поля. Например, для электронов он выражается следующим образом [5, 13]:

$$\alpha(E) = \frac{\int_{0}^{\infty} w_i(E) f(E, \mathcal{E}) g(E) dE}{\vartheta_d \int_{0}^{\infty} f(E, \mathcal{E}) g(E) dE},$$
(2.46)

где $w_i(E)$ — вероятность (или число) актов ионизаций в единицу времени электроном с энергией E; $f(E, \mathcal{E})$ — функция распределения электронов; g(E) — плотность состояний в зоне проводимости полупроводника; ϑ_d — дрейфовая скорость электронов.

С использованием теории Келдыша в работе [6] получены следующие выражения для пороговых энергий ионизации электронов и дырок в случае полупроводника с двумя параболическими энергетическими зонами:

$$\mathcal{E}_{\text{th.}n} = \mathcal{E}_g \left(\frac{2m_n^* + m_p^*}{m_n^* + m_p^*} \right), \quad \mathcal{E}_{\text{th.}p} = \mathcal{E}_g \left(\frac{2m_p^* + m_n^*}{m_n^* + m_p^*} \right), \quad (2.47)$$

где $\mathcal{E}_{\text{th.}n}$ — пороговая энергия ионизации электронов; $\mathcal{E}_{\text{th.}p}$ — пороговая энергия ионизации дырок; \mathcal{E}_g — энергетическая ширина запрещенной зоны; m_n^* и m_p^* — эффективные массы электронов и дырок соответственно. При $m_n^* = m_p^* = m^*$ получаем хорошо известную формулу для пороговой энергии ударной ионизации [14]:

$$\mathcal{E}_{\rm th} = (3/2)\mathcal{E}_g. \tag{2.48}$$

Необходимо отметить, что выражение (2.47) определяет минимальный порог ионизации для носителей заряда. В реальности величина $\mathcal{E}_{\rm th}$ зависит от количества и формы (параболоидная или непараболоидная) энергетических зон и от типа полупроводника (прямозонный или непрямозонный). Нужно учитывать также основные механизмы рассеяния носителей заряда в конкретном полупроводнике.

В принципе, задача теории ударной ионизации сводится к нахождению вероятности приобретения носителями заряда энергии выше пороговой. Для этого используют различные модели расчета коэффициента ударной ионизации. Например, в модели Вольфа [14] предполагается, что электрон приобретает необходимую энергию после многократных столкновений (рассеяний). На базе приближенного решения уравнения переноса Больцмана он получил следующее аналитическое выражение для коэффициента ударной ионизации:

$$\alpha(E) = \frac{qE}{\mathcal{E}_{\text{th.}n}} \exp\left(-\frac{3\mathcal{E}_f \mathcal{E}_{\text{th.}n}}{(ql_n E)^2}\right),\tag{2.49}$$

где \mathcal{E}_f — энергия оптического фонона; E — напряженность электрического поля; $\mathcal{E}_{\text{th.}n}$ — пороговая энергия для электронов; q — заряд электрона; l_n — средняя длина свободного пробега электрона до столкновения. Наоборот, Шокли [15] в своей теории предположил, что электроны, совершившие ударную ионизацию, случайно приобретают необходимую энергию за один пролет между столкновениями. Таким образом, он получил следующее аналитическое выражение для коэффициента ударной ионизации:

$$\alpha = \frac{qE}{\mathcal{E}_{\text{th.}n}} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}_{\text{th.}n}}{ql_n E}\right).$$
(2.50)

Нужно отметить, что это выражение по своей форме совпадает с эмпирической формулой коэффициента ионизации, полученной ранее в работе [16].

В теории ударной ионизации Бараффа [17, 18] были объединены две вышеприведенные теории, т.е. предполагалось, что электроны могут

набрать необходимую энергию для ударной ионизации после любого числа столкновений. Численно решив уравнения переноса Больцмана, он показал, что результаты его теории совпадают с теориями Шокли и Вольфа в области слабых и сильных электрических полей соответственно.

Развив теории Окуто, Кроуэлла и Бараффа [17–20], Торнбер вывел более обобщенное выражение для коэффициента ударной ионизации [21]:

$$\alpha(E) = \left(\frac{qE}{\mathcal{E}_{\text{th.ef}}}\right) \exp\left(-\frac{E_{\text{th.ef}}}{E(1 + E/E_{\text{opt.ph}}) + E_{\text{ac.ph}}}\right), \quad (2.51)$$

где $\mathcal{E}_{\mathrm{th.ef}}$ — эффективная пороговая энергия ударной ионизации; $E_{\mathrm{th.ef}}$, $E_{\mathrm{opt.ph}}$ и $E_{\mathrm{ac.ph}}$ — электрические поля, при которых электрон на длине одного свободного пробега набирает энергию, равную эффективной пороговой энергии, энергии оптических фононов и энергии акустических фононов соответственно. При определенных условиях из выражения (2.51) можно получить более простые формулы для α [6, 22]:

$$\alpha(E) \approx \left(\frac{qE}{\mathcal{E}_{\text{th.ef}}}\right) \exp\left(-\frac{E_{\text{th.ef}}}{kT}\right) \quad \text{при} \quad E < E_{\text{ac.ph}}$$

(термическая модель),

$$\alpha(E) \approx \left(\frac{qE}{\mathcal{E}_{\text{th.ef}}}\right) \exp\left(-\frac{E_{\text{th.ef}}}{E}\right) \quad \text{при} \quad E_{\text{ac.ph}} < E < E_{\text{opt.ph}}$$
(2.52)
(модель Шокли),

$$\alpha(E) \approx \left(\frac{qE}{\mathcal{E}_{\text{th.ef}}}\right) \exp\left(-\frac{E_{\text{opt.ph}} \cdot E_{\text{th.ef}}}{E^2}\right) \quad \text{при} \quad E > E_{\text{ac.ph}}$$
(модель Вольфа).

Таким образом, известны несколько теорий (или моделей) для описания физических механизмов ударной ионизации полупроводников. Конечно, для подтверждения той или иной модели необходимо провести соответствующие эксперименты с лавинными фотодиодами, конструкция которых максимально соответствует предложенной теории.

2.5. Лавинное умножение носителей заряда

Как известно, при достаточно сильных электрических полях носители заряда в полупроводнике могут набрать необходимую энергию для создания (или генерации) новых электрон-дырочных пар путем ударной ионизации. Темп генерации электрон-дырочных пар в единице объема можно выразить в виде

$$G_{\rm av} = \alpha_n n \vartheta_n + \alpha_p p \vartheta_p, \qquad (2.53)$$

где α_n и α_p — коэффициенты ионизации для электронов и дырок, определяемые как число электрон-дырочных пар, генерируемых на единице длины движения; ϑ_n и ϑ_p — дрейфовые скорости электронов и дырок соответственно. В области высоких электрических полей, необходимых для начала ударной ионизации, средние значения ϑ_n и ϑ_p насыщаются и достигают своей максимальной величины $\vartheta_s \sim 10^7$ см/с (см. рис. 2.6). Ударную ионизацию обеспечивает малая часть носителей заряда, кинетическая энергия которых превышает пороговую энергию 1,5 \mathcal{E}_q .

Точное измерение коэффициентов ударной ионизации представляет большую трудность. Это связано с резкой зависимостью α_n и α_p как от профиля распределения примесей, так и от напряженности поля в лавинной области p-n-перехода. Для решения этих проблем можно использовать диоды p^+-i-n^+ -типа, в которых электрическое поле почти постоянно. Однако изготовление тонкого (~2 мкм) *i*-слоя с резкими границами достаточно сложно.

В научной литературе имеется достаточное количество экспериментальных данных по исследованию зависимости коэффициентов ударной ионизации от напряженности электрического поля *E* [23–30]. На рис. 2.8 приведены коэффициенты ударной ионизации электронов и дырок в некоторых известных полупроводниках. Однако результаты,



Рис. 2.8. Полевая зависимость коэффициентов ударной ионизации электронов и дырок в некоторых известных полупроводниках [1]



Рис. 2.9. Полевая зависимость коэффициентов ударной ионизации электронов и дырок в кремнии при температуре 300 К: 1, 1' — из работы [33], 2, 2' — из работы [34], 3, 3' — из работы [35], 4, 4' — из работы [31], 5, 5' — из работы [36], 6, 6' — усредненная зависимость

полученные разными авторами на одном и том же материале, сильно различаются. Рассмотрим этот вопрос на примере кремния.

При моделировании работы кремниевых лавинных фотодиодов часто используют экспериментальные данные работы [31], аналитические выражения которых приведены в работе [32, с. 267]:

$$\alpha_n = 3.8 \cdot 10^6 \exp\left(-\frac{1.75 \cdot 10^6}{E}\right) \,\mathrm{cm}^{-1},$$
 (2.54)

$$\alpha_p = 2,25 \cdot 10^7 \exp\left(-\frac{3,26 \cdot 10^6}{E}\right) \mathrm{cm}^{-1}.$$
 (2.55)

На рис. 2.9 показаны зависимости коэффициентов ударной ионизации электронов и дырок от напряженности электрического поля в кремнии, измеренные пятью независимыми группами исследователей. Видно, что между экспериментальными данными имеется большой разброс. В то же время в работах [34, 35] получены достаточно близкие данные. Усредненные данные этих двух работ показаны на рисунке сплошными кривыми (кривые 6 и 6'), которые можно аналитически выразить как

$$\alpha_n = 7,62 \cdot 10^5 \exp\left(-\frac{1,21 \cdot 10^6}{E}\right) \,\mathrm{cm}^{-1},$$
 (2.56)

$$\alpha_p = 1,35 \cdot 10^6 \exp\left(-\frac{1,93 \cdot 10^6}{E}\right) \,\mathrm{cm}^{-1}.$$
 (2.57)

В качестве примера рассмотрим резкий p^+-n -переход. Предположим, что:

• на диод приложено постоянное напряжение, достаточное для осуществления ударной ионизации носителей заряда;

• отсутствуют как диффузионный, так и темновой генерационный токи;

• постоянный ток первичных носителей заряда, например дырок, величиной $J_{p0} = qp_{n0}\vartheta_s$ поступает в лавинную область с границы раздела p^+-n , где расположено начало координат (x = 0), т.е. лавинный процесс инициируется только дырками.

В точке x = 0 дырки имеют концентрацию $p_n = p_{n0}$. При движении в сторону *n*-области концентрация нарастает и достигает величины $p_n = M_p p_{n0}$ в конце лавинной области (x = W). Здесь M_p — коэффициент умножения лавинного процесса, инициированного дырками. Аналогичным образом будет нарастать концентрация электронов n_n от x = Wк x = 0. При этом полный ток $J_c = J_p + J_n = qp_{n0}\vartheta_s + qn_n\vartheta_s$ остается постоянным, поскольку рассматриваются стационарные условия.

Скорость изменения дырочного тока в точке *x* пропорциональна числу электрон-дырочных пар, генерируемых в этой точке:

$$\frac{\partial J_p}{\partial x} = \alpha_p J_p + \alpha_n J_n \tag{2.58}$$

или

$$\frac{\partial J_p}{\partial x} - (\alpha_p - \alpha_n) J_p = \alpha_n J_c.$$
(2.59)

Уравнение (2.59) имеет форму известного уравнения

$$\frac{\partial y}{\partial x} + P(x)y = Q(x) \tag{2.60}$$

с решением [37]

$$y(x) = \frac{\int_{0}^{x} Q\left(\exp\int_{0}^{x'} P\partial x''\right) + C}{\exp\int_{0}^{x} P\partial x''},$$
(2.61)

где $y = J_p$, $P = -(\alpha_p - \alpha_n)$, $Q = \alpha_n J_c$, C — постоянная интегрирования, которая определяется из граничного условия $J_p(x = 0) = J_{p0}$.

Подставив $C = J_{p0} = J_p(W)/M_p$ в (2.61), получим

$$J_p(x) = \frac{J_c \left\{ \frac{1}{M_p} + \int_0^x \alpha_n \exp\left[-\int_0^{x'} (\alpha_p - \alpha_n) \partial x'' \right] \partial x' \right\}}{\exp\left[-\int_0^x (\alpha_p - \alpha_n) \partial x' \right]}.$$
 (2.62)

Подставив x=W и учитывая равенства $J_p(x=W)=J_c$ в (2.62), можно выразить M_p как

$$\frac{1}{M_p} = \exp\left[-\int_0^W (\alpha_p - \alpha_n) \, \partial x\right] - \int_0^W \alpha_n \exp\left[-\int_0^x (\alpha_p - \alpha_n) \, \partial x'\right] = \\ = \exp\left[-\int_0^W (\alpha_p - \alpha_n) \, \partial x\right] - \int_0^W \alpha_p \exp\left[-\int_0^x (\alpha_p - \alpha_n) \, \partial x'\right] + \\ + \int_0^W (\alpha_p - \alpha_n) \exp\left[-\int_0^x (\alpha_p - \alpha_n) \, \partial x'\right]. \quad (2.63)$$

Используя преобразование

$$\int_{0}^{W} (\alpha_{p} - \alpha_{n}) \exp\left[-\int_{0}^{x} (\alpha_{p} - \alpha_{n}) \partial x'\right] =$$

$$= -\int_{0}^{W} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \exp\left[-\int_{0}^{x} (\alpha_{p} - \alpha_{n}) \partial x'\right] \right\} \partial x =$$

$$= -\exp\left[-\int_{0}^{W} (\alpha_{p} - \alpha_{n}) \partial x'\right] + 1 \quad (2.64)$$

в выражении (2.63), получаем

$$M_p = \frac{1}{1 - \int_0^W \alpha_p \exp\left[-\int_0^x (\alpha_p - \alpha_n) \,\partial x'\right] \,\partial x}.$$
 (2.65)

Аналогичное выражение можно получить для коэффициента умножения лавинного процесса, инициированного электронами [1, с. 106]:

$$M_n = \frac{1}{1 - \int\limits_0^W \alpha_n \exp\left[-\int\limits_x^W (\alpha_n - \alpha_p)\partial x'\right]\partial x}.$$
 (2.66)

Формулы (2.65) и (2.66) показывают зависимость коэффициентов умножения M_p и M_n от величин α_p и α_n , которые, в свою очередь, зависят от напряженности поля E в области лавинного процесса (или от величины приложенного к фотоприемнику напряжения U). Коэффициенты умножения M_p и M_n отличаются друг от друга, причем величина этого отличия определяется соотношением α_n/α_p . Поэтому формулы (2.65) и (2.66) лежат в основе метода определения коэффициентов ионизации α_p и α_n [31–36]. При этом самой предпочтительной является p^+-i-n^+ -структура, в которой коэффициенты ионизации не зависят от координаты, поскольку электрическое поле постоянно в обедненной области фотодиода. В этом случае для измерения коэффициентов ионизации используют следующие формулы, полученные интегрированием выражений (2.65) и (2.66) [32]:

$$\alpha_p(E) = \frac{1}{W} \left[\frac{M_p(U) - 1}{M_p(U) - M_n(U)} \right] \ln \left[\frac{M_p(U)}{M_n(U)} \right],$$
 (2.67)

$$\alpha_n(E) = \frac{1}{W} \left[\frac{M_n(U) - 1}{M_n(U) - M_p(U)} \right] \ln \left[\frac{M_n(U)}{M_p(U)} \right], \qquad (2.68)$$

где $U = E \times W$ — напряжение смещения, W — толщина *i*-области диода. Сначала экспериментально измеряют зависимости $M_p \sim E$ и $M_n \sim E$, затем на основе выражений (2.67) и (2.68) определяют зависимость коэффициентов ионизации α_p и α_n от напряженности электрического поля E. Чисто электронную и дырочную инжекцию обычно обеспечивают путем выбора длины волны излучения для полного поглощения в p^+ - или n^+ -областях фотодиода. Коэффициенты умножения при заданном напряжении $U_{\rm av}$ определяют как

$$M_p(U_{\rm av}) = \frac{J_{{\rm av},p}}{J_{i,p}}$$
 и $M_n(U_{\rm av}) = \frac{J_{{\rm av},n}}{J_{i,n}},$ (2.69)

где $J_{\mathrm{av}.p}$ и $J_{\mathrm{av}.n}$ — лавинные токи, инициированные дырками и электронами при $U=U_{\mathrm{av}}$ соответственно, $J_{i.p}$ и $J_{i.n}$ — инициирующие лавину электронные и дырочные токи, измеряемые при напряжении значительно меньшем, чем U_{av} , при котором отсутствует умножение фототока.

2.6. Напряжение пробоя

Проведенные теоретические и экспериментальные исследования показывают, что наиболее корректное определение напряжения пробоя должно учитывать выражения (2.65) и (2.66). Из этих выражений видно, что коэффициенты умножения лавинного процесса, инициированного электронами и дырками, монотонно растут при увеличении напряженности поля (или приложенного к p-n-переходу фотодиода напряжения U_{pn}). Однако существует область величин напряжения U_{pn} , при которых M_p и M_n стремятся к бесконечности. Наименьшую величину такого напряжения, при котором коэффициенты умножения лавинного процесса стремятся к бесконечности в условиях постоянной величины инициирующего лавину генерационного тока, называют напряжением пробоя (U_b). Такая ситуация возникает, если один из интегралов ионизации, расположенных в знаменателях выражений (2.65) и (2.66), равен единице, т.е. удовлетворяются уравнения

$$\int_{0}^{W} \alpha_{p} \exp\left[-\int_{0}^{x} \alpha_{p} - \alpha_{n}\right) \partial x' \right] \partial x = 1$$
(2.70)

ИЛИ

$$\int_{0}^{W} \alpha_{n} \exp\left[-\int_{x}^{W} (\alpha_{n} - \alpha_{p}) \,\partial x'\right] \partial x = 1.$$
(2.71)

Напряжение пробоя имеет конечное значение, если ни один из коэффициентов ионизации не равен нулю. Например, из (2.65) видно, что если $\alpha_n = 0$, а $\alpha_p \neq 0$, то коэффициент умножения дырочного фототока выражается формулой

$$M_p = \exp\left(\int_0^W \alpha_p \,\partial x\right). \tag{2.72}$$

Это означает, что коэффициент умножения стремится к бесконечности в том случае, если приложенное к прибору напряжение (или электрическое поле) стремится к бесконечности.

Конечно, выражение (2.72) описывает идеальный случай. В реальных полупроводниках величины α_n и α_p всегда имеют ненулевые значения, и поэтому они имеют конечное напряжение пробоя. При известной полевой зависимости α_n и α_p можно рассчитать напряжение пробоя U_b , максимальное электрическое поле E_{\max} и ширину обедненного слоя W_m . Поскольку соотношение между электрическим полем

и потенциалом в обедненном слое определяется уравнением Пуассона, то в случае одностороннего (резкого) перехода имеем

$$U_b = \frac{E_m}{2} W_m = \frac{\varepsilon_s E_m^2}{2qN},\tag{2.73}$$

где N — концентрация примесей в слаболегированной области *p*-*n*-перехода.

На рис. 2.10 представлены теоретические зависимости напряжения пробоя от концентрации примесей для резких переходов в Si, GaAs и GaP. Как показано в работе [39], результаты экспериментов хорошо согласуются с расчетными данными. Штриховая линия на рисунке соответствует предельному значению N, когда эффект туннелирования через запрещенную зону становится доминирующим. Используя данные, приведенные на рис. 2.10, можно выразить максимальное поле E_m и напряжение пробоя в зависимости от концентрации примесей в односторонних резких переходах [1]:

$$E_m = \frac{4 \cdot 10^5}{1 - (1/3) \log_{10}(N/10^{16} \text{ cm})} \text{ B/cm}, \qquad (2.74)$$

$$V_b = 60 \left(\frac{\mathcal{E}_g}{1, 1 \text{ sB}}\right)^{3/2} \left(\frac{N}{10^{16} \text{ cm}^{-3}}\right)^{-3/4} \text{ B}, \qquad (2.75)$$

где \mathcal{E}_g — ширина запрещенной зоны при комнатной температуре в эВ, N — концентрация легирования в см⁻³.

Выражения (2.74) и (2.75) имеют место при комнатной температуре. Повышение температуры приводит к соответствующему увеличению напряжения пробоя и максимального поля на границе p-n-перехода. Это вызвано тем, что при повышении температуры увеличиваются плотность и средняя энергия фононов, что приводит к увеличению потери энергии горячими носителями. В результате этого коэффициент ионизации электронов и дырок уменьшается.



Рис. 2.10. Напряжение лавинного пробоя в зависимости от концентрации примеси в Ge, Si, GaAs и GaP [1]



Рис. 2.11. Нормированное напряжение лавинного пробоя в зависимости от температуры в кремниевом резком p-n-переходе [40]: $1 - N = 10^{16}$ см⁻³; $2 - N = 10^{15}$ см⁻³; $3 - N = 10^{14}$ см⁻³

На рис. 2.11 представлена зависимость нормированной величины напряжения пробоя от температуры при различных концентрациях примесей. Видно, что зависимость напряжения пробоя от температуры ослабляется при увеличении концентрации примесей. Этот эффект, имеющий большую практическую значимость, объясняется изменением механизма приобретения носителями заряда энергии, достаточной для ударной ионизации полупроводника. Как упомянуто в предыдущем пункте, в области высоких полей носители заряда за один пролет между столкновениями (актами рассеяния) могут приобретать необходимую энергию ударной ионизации (модель Шокли, см. п. 2.4), а при низких полях для этого требуется несколько пролетов между столкновениями (модель Вольфа). Увеличение концентрации примесей в слаболегированной области резкого *p*-*n*-перехода приводит к увеличению максимального значения электрического поля при пробое в полупроводнике (см. выражение (2.74)). Это обеспечивает увеличение вероятности приобретения носителями заряда необходимой энергии ионизации за один пролет между столкновениями. Благодаря этому температурная зависимость E_m и V_b ослабляется с увеличением концентрации примесей в слаболегированной области.

Напряжение пробоя зависит также от кривизны реальных p-n-переходов. Известно, что цилиндрические и сферические области перехода имеют более высокую напряженность поля, и поэтому напряжение пробоя в этих областях значительно занижено по сравнению с плоскопараллельной областью. Распределение потенциала и электрического поля в этом случае можно определить, решив уравнение Пуассона

$$\frac{1}{r^n}\frac{\partial}{\partial r}[r^n E(r)] = \frac{\rho(x)}{\varepsilon_s},$$
(2.76)

где n = 1 для цилиндрического перехода и n = 2 для сферического перехода; $\rho(x)$ — плотность заряда в обедненной области резкого p-n-перехода. Решение уравнения (2.76) имеет следующую форму [41]:

$$E(r) = \frac{1}{\varepsilon_s r^n} \int_{r_i}^{r} r^n \rho(x) \partial r + \frac{C_0}{r^n},$$
(2.77)

где r_i — радиус кривизны перехода; C_0 — константа, определяемая из граничных условий.

Результаты численного расчета напряжения пробоя сферических и цилиндрических резких переходов представлены на рис. 2.12. Видно, что с уменьшением радиуса кривизны напряжение пробоя значительно уменьшается. Наименьшее напряжение пробоя наблюдается в сферических p-n-переходах. Зависимости, представленные на рис. 2.12, хорошо описываются выражениями [1, 41]

$$\frac{U_{\rm cy}}{U_{\rm pl}} = \left[\frac{1}{2}\left(\eta^2 + 2\eta^{6/7}\right)\ln\left(1 + 2\eta^{-8/7}\right) - \eta^{6/7}\right]$$
(2.78)

для цилиндрических,

$$\frac{U_{\rm sp}}{U_{\rm pl}} = \left[\eta^2 + 2.14\eta^{6/7} - \left(\eta^3 + 3\eta^{13/7}\right)^{2/3}\right]$$
(2.79)

для сферических переходов.

Здесь $U_{\rm cy}$ и $U_{\rm sp}$ — напряжения пробоя цилиндрического и сферического переходов соответственно; $U_{\rm pl}$ — напряжение пробоя плоского перехода; $\eta = r_j/W_m$, r_j — радиус кривизны перехода, W_m — мак-



Рис. 2.12. Зависимость напряжения пробоя цилиндрических и сферических переходов от нормированного радиуса кривизны резкого *p*-*n*-перехода [1,41]: *1* — сферический переход; *2* — цилиндрический переход

симальная ширина обеднения плоского перехода, имеющего такую же дозу легирования.

Для описания лавинного процесса в p-n-переходах часто используют эмпирическую формулу Миллера [38], связывающую коэффициент умножения лавинного процесса M с приложенным к p-n-переходу напряжением U_{pn} :

$$M(U) = \frac{1}{1 - \left(\frac{U_{pn}}{U_b}\right)^m},$$
 (2.80)

где U_b — напряжение пробоя p-n-перехода фотодиода; m — параметр Миллера, зависящий от типа полупроводника и от распределения электрического поля в лавинной области. Обычно этот параметр эмпирически подбирается для удовлетворительного описания зависимости M от U_{pn} . При больших коэффициентах умножения ($M \gg 1$), когда $\Delta U = U_b - U_{pn} \ll U_b$, можно получить более простую формулу, разложив (2.80) в ряд Фурье относительно $\Delta U/U_b$:

$$M(U) \approx \frac{1}{m} \frac{1}{1 - \frac{U_{pn}}{U_b}}$$
(2.81)

ИЛИ

$$\frac{1}{M} \approx m \left(1 - \frac{U_{pn}}{U_{br}} \right). \tag{2.82}$$

Выражение (2.82) часто используют для определения напряжения пробоя U_b . Для этого строят зависимость величины 1/M от напряжения U_{pn} . Величину аппроксимации этой зависимости к $1/M = \infty$ принимают за U_b . Коэффициент умножения определяют как

$$M = \frac{\Delta J_{\rm av}}{\Delta J_{\rm in}},\tag{2.83}$$

где $\Delta J_{\rm av} = J_{\rm av.ph} - J_{\rm av.d}$ — лавинный фототок; $J_{\rm av.ph}$ — полный лавинный ток при постоянном освещении; $J_{\rm av.d}$ — полный лавинный ток без освещения, т.е. темновой лавинный ток; $\Delta J_{\rm in} = J_{\rm ph} - J_d$ — инициирующий лавину постоянный фототок; $J_{\rm ph}$ — инициирующий лавину полный генерационный ток; J_d — инициирующий лавину темновой ток. Токи $J_{\rm ph}$ и J_d измеряют при достаточно низком напряжении, так чтобы их величины практически не зависели от приложенного напряжения.

Следует отметить тот факт, что выражения (2.80)-(2.82) могут быть получены также из более точной формулы для коэффициента умножения, являющейся решением уравнения непрерывности тока в лавинном фотодиоде [1, с. 106]:

$$M = \frac{1}{1 - I_{\rm int}},$$
 (2.84)

где $I_{\text{int}} = \int_{0}^{W} \alpha_n \exp\left[-\int_{x}^{W} (\alpha_n - \alpha_p) \partial x'\right] \partial x$ – интеграл ионизации; W – толщина обедненного слоя p–n-перехода фотодиода; α_n и α_p – коэффициенты ионизации для электронов и дырок соответственно. Напряжение пробоя определяется из условия $I_{\text{int}}(U_{pn} = U_{br}) = 1$.

Очевидно, что величина $I_{\rm int}$ зависит от приложенного напряжения U_{pn} , и поэтому ее можно разложить в ряд Фурье по аргументу $z = (U_{pn}/U_{br})$, т.е. можно записать как

$$I_{\rm int} = 1 + a_1 \times z + a_2 \times z^2 + \ldots \approx \left(\frac{U_{pn}}{U_{br}}\right)^m, \qquad (2.85)$$

где a_1 и a_2 — соответствующие производные I_{int} в точке пробоя. Точность приближения обеспечивается подбором соответствующего значения параметра m. Таким образом, можно считать, что вышеупомянутая формула Миллера, будучи эмпирически предложенной, имеет достаточное физическое обоснование.

Список литературы к главе 2

- 1. Sze S. M., Ng K. K. Physics of Semiconductor Devices. Hoboken, New Jersey, Canada: John Wiley & Sons, Inc., 2007. 815 p.
- Stevenson D. T., Keyes R. J. Measurement of Carrier Lifetime in Germanium and Silicon // J. Appl. Phys. 1955. V. 26. P. 190; https://doi.org/10.1063/1.1721958.
- Haynes J.R., Shockley W. The Mobility and Life of Injected Holes and Electrons in Germanium // Phys. Rev. 1951. V.81. P.835-846; https://journals.aps.org/pr/pdf/10.1103/PhysRev.81.835.
- Keldysh L. V. Influence of the Lattice Vibrations of a Crystal on the Production of Electron-Hole Pairs in a Strong Electrical Field // Sov. Phys. JETP. 1958. V. 34, No. 7. P. 665–669; http://www.jetp.ras.ru/cgi-bin/dn/e_007_04_0665.pdf.
- Keldysh L. V. Kinetic Theory of Impact Ionization in Semiconductors // Sov. Phys. JETP. 1960. V. 37, No. 10. P. 509–518; http://www.jetp.ras.ru/cgi-bin/dn/e_010_03_0509.pdf.
- Capasso F. Chapter 1: Physics of Avalanche Photodiodes Semiconductors and Semimetals. 1985. V. 22, Part D. P. 1–172; https://doi.org/10.1016/S0080-8784(08)62952-X.
- Грехов И. В., Сережкин Ю. Н. Лавинный пробой *p*-*n*-перехода в полупроводниках. Л.: Энергия, 1980. 152 с.; https://search.rsl.ru/ru/record/01001028890.
- Ruck J. C., Kino C. S. Measurement of the Velocity-Field Characteristic of Gallium Arsenide // Appl. Phys. Lett. 1967. V. 10, No. 2. P. 40–42; https://aip.scitation.org/doi/pdf/10.1063/1.1754837.

- Smith P. M., Inoue M., Frey J. Electron Velocity in Si and GaAs at Very High Electric Fields // Appl. Phys. Lett. 1980. V.37, No. 9. P.797-798; https://aip.scitation.org/doi/pdf/10.1063/1.92078.
- Bulucea C. Recalculation of Irvin's Resistivity Curves for Diffused Layers in Silicon Using Updated Bulk Resistivity Data // Solid-State Electron. 1993. V. 36. P. 489–493; https://doi.org/10.1016/0038-1101(93)90257-Q.
- McKay K. G., McAfee K. B. Electron Multiplication in Silicon and Germanium // Phys. Rev. 1953. V. 91. P. 1079–1084; https://doi.org/10.1103/PhysRev.91.1079.
- McKay K. G. Avalanche Breakdown in Silicon // Phys. Rev. 1954. V.94. P. 877-884; https://doi.org/10.1103/PhysRev.94.877.
- Chynoweth A. G. // Charge Multiplication Phenomena, Semiconductors and Semimetals. 1968. V. 4. P. 263–325; https://doi.org/10.1016/S0080-8784(08)60345-2.
- Wolff P. A. Theory of Electron Multiplication in Silicon and Germanium // Phys. Rev. 1954. V. 95. P. 1415–1420; https://doi.org/10.1103/PhysRev.95.1415.
- Shockley W. Problems Related to *p*-*n* Junctions in Silicon // Solid-State Electron. 1961. V.2. P. 35-60; https://doi.org/10.1016/0038-1101(61)90054-5.
- Chynoweth A. G. Ionization Rates for Electrons and Holes in Silicon // Phys. Rev. 1959. V. 109. P. 1537–1540; https://doi.org/10.1103/PhysRev.109.1537.
- 17. Baraff G.A. Distribution Functions and Ionization Rates for Hot Electrons in Semiconductors // Phys. Rev. 1962. V. 128. P. 2507–2517; https://doi.org/10.1103/PhysRev.128.2507.
- Baraff G. A. Maximum Anisotropy Approximation for Calculating Electron Distributions; Application to High Field Transport in Semiconductors // Phys. Rev. 1964. V. 133. P. A26–A33; https://doi.org/10.1103/PhysRev.133.A26.
- Okuto Y., Crowell C.R. Energy-Conservation Considerations in the Characterization of Impact Ionization in Semiconductors // Phys. Rev. B. 1972. V. 6. P. 3076–3081; https://doi.org/10.1103/PhysRevB.6.3076.
- Okuto Y., Crowell C. R. Ionization Coefficients in Semiconductors // Phys. Rev. B. 1974. V. 10. P. 4284–4296; https://doi.org/10.1103/PhysRevB.10.4284.
- Thornber K. K. Applications of Scaling to Problems in High-Field Electronic Transport // J. Appl. Phys. 1981. V. 52. P. 279–290; https://aip.scitation.org/doi/pdf/10.1063/1.328490.
- Maes W., Meyer K.D., Overstraeten R. V. Impact Ionization in Silicon: A Review and Update // Solid-State Electron. 1990. V.33, No.6. P. 705-718; http://scipp.ucsc.edu/~hartmut/UFSD/ Maes_deMeyer_vanOverstraeten_1990.pdf.

- 23. Logan R.A., Sze S.M. Avalanche Multiplication in Ge and GaAs p-n Junctions // Proc. Intern. Conf. Phys. Semicond., Kyoto; J. Phys. Soc. Jpn. Suppl. 1966. V. 21. P. 434.
- Glover G. H. Charge Multiplication in Au-SiC (6H) Schottky Junction // J. Appl. Phys. 1975. V. 46. P. 4842; https://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.321514.
- Pearsall T. P., Capasso F., Nahory R. E., Pollack M. A., Chelikowsky J. R. The Band Structure Dependence of Impact Ionization by Hot Carriers in Semiconductors GaAs // Solid-State Electron. 1978. V.21. P.297; https://doi.org/10.1016/0038-1101(78)90151-X.
- Umebu I., Choudhury A. N., Robson P. N. Ionization Coefficients Measured in Abrupt InP Junction // Appl. Phys. Lett. 1980. V. 36. P. 302; https://doi.org/10.1063/1.91470.
- Logan R. A., White H. G. Charge Multiplication in GaP p-n Junctions // J. Appl. Phys. 1965. V. 36. P. 3945-3946; https://doi.org/10.1063/1.1713978.
- Pearsall T. P. Impact Ionization Rates for Electrons and Holes in Ga_{0.47}In_{0.53}As // Appl. Phys. Lett. 1980. V. 36. P. 218–220; https://doi.org/10.1063/1.91431.
- Pearsall T. P., Nahory R. E., Pollack M. A. Impact Ionization Rates for Electrons and Holes in GaAs_{1-x}Sb_x Alloys // Appl. Phys. Lett. 1976. V. 28. P. 403–405; https://doi.org/10.1063/1.88776.
- Cook L. W., Bulman G. E., Stillman G. E. Electron and Hole Impact Ionization Coefficients in InP Determined by Photomultiplication Measurements // Appl. Phys. Lett. 1982. V. 40. P. 589–591; https://doi.org/10.1063/1.93190.
- Lee C.A., Logan R.A., Batdore R.L., Kleimack J.J., Wiegmann W. Ionization Rates of Holes and Electrons in Silicon // Phys. Rev. 1964. V. 134. P. 761-774; https://doi.org/10.1103/PhysRev.134.A761.
- Willardson R. K., Beer A. C. // Semiconductors and Semimetals. V. 22; Lightwave Communication Technology, Part D, Photodetectors / Ed. W. T. Tsang. New York: Academic Press Inc., 1985. 451 p.
- Кузьмин В. А., Крюкова Н. Н., Кюрегян А. С., Мнацаканов Т. Т., Шуман В.Б. О коэффициентах ударной ионизации электронов и дырок в кремнии // ФТП. 1975. Т.9. С. 735-739.
- 34. Overstraeten R. V., Man H.D. Measurement of the Ionization Rates in Diffused Silicon p-n Junctions // Solid-State Electron. 1970. V.13. P. 583-608; https://doi.org/10.1016/0038-1101(70)90139-5.
- Grant W. N. Electron and Hole Ionization Rates in Epitaxial Silicon at High Electric Fields // Solid-State Electron. 1973. V. 16. P. 1189–1203; https://doi.org/10.1016/0038-1101(73)90147-0.
- Woods M. H., Johnson W. C., Lampert M. A. Use of a Schottky Barrier to Measure Impact Ionization Coefficients in Semiconductors // Solid-Slate Electron. 1973. V. 16. P. 381–394; https://doi.org/10.1016/0038-1101(73)90013-0.

- Корн Г. А., Корн Т. М. Справочник по математике. Пер. с англ. / Под ред. И. Г. Арамановича. М.: Наука, 1974. 269 с.
- Miller S. L. Avalanche Breakdown in Germanium // Phys. Rev. 1955. V. 99. P. 1234–1241; https://doi.org/10.1103/PhysRev.99.1234
- Warner R. M. Avalanche Breakdown in Silicon Diffused Junctions // Solid-State Electron. 1972. V. 15. P. 1303–1318; https://doi.org/10.1016/0038-1101(72)90123-2.
- Crowell C. R., Sze S. M. Temperature Dependence of Avalanche Multiplication in Semiconductors // Appl. Phys. Lett. 1966. V. 9. P. 242–244; https://doi.org/10.1063/1.1754731.
- 41. Ghandhi S. K. Semiconductor Power Devices. New York: Wiley, 1977.
Глава З

ЛАВИННЫЕ ФОТОПРИЕМНИКИ

В этой главе кратко рассматриваются основные конструкции и технологии изготовления традиционных лавинных фотоприемников. Обсуждаются физические принципы работы известных счетчиков фотонов типа SPAD и VLPC. Приводятся результаты анализа их достоинств и недостатков.

3.1. Шумы лавинных фотодиодов

Полупроводниковый лавинный фотоприемник имеет те же фундаментальные шумы, что и обычный p-i-n-фотодиод. Основными компонентами шумов p-i-n-фотодиода являются тепловые шумы, дробовые шумы, генерационно-рекомбинационные шумы и фликкер-шумы (или шумы типа 1/f). Кроме этих шумов, в лавинных фотоприемниках присутствуют так называемые избыточные шумы, вызванные случайным характером самого лавинного процесса. Ниже кратко рассмотрим основные типы этих шумов.

Тепловой шум существует в любой замкнутой электрической цепи, содержащей некоторое сопротивление $R_{\rm eq}$. Этот тип шума, называемый также шумом Джонсона, вызван хаотическим движением носителей заряда в сопротивлении. Естественно, скорость движения носителей заряда и характер потери ими энергии определяется температурой среды и величиной сопротивления электрической цепи. Например, значение среднеквадратичного теплового шумового напряжения $\overline{i_T}^2$ (или дисперсии теплового шумового напряжения Δf можно вычислить, пользуясь известной формулой Найквиста [1,2]

$$D_T = \frac{\left(U_T - \overline{U_T}\right)^2}{\left(R_{\rm eq}\right)^2} = \overline{i_T^2} = \frac{4kT\Delta f}{R_{\rm eq}},\tag{3.1}$$

где черта сверху обозначает усреднение величины по ансамблю его возможных значений; $\overline{U_T}$ — среднее значение напряжения, возникшего на эквивалентном сопротивлении $R_{\rm eq}$ электрической цепи; k — постоянная Больцмана; T — абсолютная температура фотодиода; Δf — полоса пропускания электрической цепи.

Дробовой шум вызван дискретностью носителей заряда и их направленным движением, в результате чего наблюдаются флуктуации напряжения и тока в электрической цепи. При фиксированной полосе частот дробовой шум не зависит от температуры. Величину среднеквадратичного дробового шумового тока $\overline{i_s^2}$ (или дисперсии дробового шумового тока D_s) можно определить, пользуясь известной формулой Шоттки

$$D_s = \overline{\left(I - \overline{I}\right)^2} = \overline{i_s^2} = 2q\overline{I}\Delta f, \qquad (3.2)$$

где q — элементарный электрический заряд; \overline{I} — средняя величина полного тока в цепи фотодиода.

Генерационно-рекомбинационный шум вызван случайными изменениями (флуктуациями) скоростей тепловой генерации и рекомбинации свободных носителей заряда в полупроводниковом приборе. Эти процессы приводят к соответствующим флуктуациям напряжения и тока в электрической цепи фотодиода. Генерационно-рекомбинационные шумы обычно проявляют себя в тех приборах, в которых необедненные области полупроводника имеют заметное сопротивление из-за низкой концентрации легирующих примесей. Поэтому в полупроводниковых фотодиодах достаточно трудно заметить влияние генерационно-рекомбинационных шумов.

 Φ ликкер-шумы (или шумы типа 1/f) проявляют себя в области достаточно низких частот, мощность этих шумов обратно пропорциональна частоте измерителя. Обычно появление шумов типа 1/f связывают с наличием потенциальных барьеров на контактах, а также на поверхности или в объеме полупроводника.

Избыточный шум лавины. Лавинный процесс по своей природе является статистическим процессом, т. е. для каждого первичного носителя, инжектированного в лавинный слой, с различной степенью вероятности можно ожидать целый спектр значений коэффициентов умножения. Поскольку коэффициент умножения флуктуирует, то среднеквадратичное значение $\overline{M^2}$ усиления превышает квадрат его среднего значения (\overline{M})². В результате этого шумы лавинного фотоприемника растут в F раз по сравнению с обычным p-i-n-фотодиодом. Величину F называют избыточным шум-фактором. При этом среднеквадратичный шумовой ток $\overline{i_{\text{s.av}}^2}$ лавинного фотоприемника и шум-фактор Fвыражаются следующими формулами [3]:

$$D_{\rm s.av} = \overline{(i_{\rm av} - \overline{i_{\rm av}})^2} = \overline{i_{\rm s.av}^2} = 2q\overline{I}(\overline{M^2})\Delta f = 2q\overline{I}(\overline{M})^2 F\Delta f, \qquad (3.3)$$

$$F = \frac{M^2}{\left(\overline{M}\right)^2},\tag{3.4}$$

где $\overline{i_{av}} = \overline{IM}$ — среднее значение тока лавинного процесса; \overline{M} — среднее значение коэффициента умножения единичного носителя заряда; $(\overline{M})^2$ — среднеквадратичное значение коэффициента умножения единичного носителя заряда; $\overline{I} = \overline{I_P} + \overline{I_B} + \overline{I_D}$ — среднее значение инициирующего лавину полного тока, $\overline{I_P}$ — фототок, созданный оптическим сигналом, $\overline{I_B}$ — фототок, созданный фоновым излучением, $\overline{I_D}$ — ток, созданный темновой генерацией носителей заряда в самом фотодиоде.

Выражения (3.3) и (3.4) показывают меру увеличения дробового шума по сравнению с идеальным бесшумным умножителем сигнала. В этом смысле избыточный шум-фактор лавинного процесса является аналогом коэффициента шума K_n обычного транзисторного усилителя сигнала, определяемого как

$$K_n = \frac{S_{\rm in}/N_{\rm in}}{S_{\rm out}/N_{\rm out}},\tag{3.5}$$

где $S_{\rm in}$ и $S_{\rm out}$ — мощности сигнала на входе и выходе усилителя соответственно; $N_{\rm in}$ и $N_{\rm out}$ — мощности шума на входе и выходе усилителя соответственно. Если учитывать только дробовой шум, то можно показать, что

$$K_n = \frac{S_{\rm in}/N_{\rm in}}{S_{\rm out}/N_{\rm out}} = \frac{\overline{M_{\rm amp}^2}}{\left(\overline{M}_{\rm amp}\right)^2},\tag{3.6}$$

где $\overline{M}_{\rm amp}$ — среднее значение коэффициента усиления единичного электрона транзисторным усилителем; $\overline{M}_{\rm amp}^2$ — среднеквадратичное значение коэффициента усиления единичного электрона транзисторным усилителем. Однако в настоящее время в усилителях на основе коммерчески доступных транзисторов невозможно измерять среднеквадратичное значение коэффициента усиления единичного электрона, и поэтому для определения коэффициента шума используют выражение (3.5).

В лавинных фотоприемниках величина шум-фактора F определяется соотношением между коэффициентами ионизации электронов (α_n) и дырок (α_p). В работе [4] показано, что в случае равенства коэффициентов ионизации для электронов и дырок ($\alpha_n = \alpha_p$) в полупроводнике шум-фактор лавинного процесса монотонно растет с увеличением коэффициента умножения, т. е. имеет место

$$F = \overline{M}.\tag{3.7}$$

Более общее выражение для избыточного шум-фактора, имеющего место при любых соотношениях коэффициентов ионизации для элек-

тронов и дырок, было получено в работе [5]:

$$F = \overline{M} \left[1 - (1 - k_{\rm av}) \left(\frac{\overline{M} - 1}{\overline{M}} \right)^2 \right]$$
(3.8)

для чисто электронной инжекции в лавинную область и

$$F = \overline{M} \left[1 + \frac{1 - k_{\rm av}}{k_{\rm av}} \left(\frac{\overline{M} - 1}{\overline{M}} \right)^2 \right]$$
(3.9)

для чисто дырочной инжекции в лавинную область.

Нужно отметить, что выражения (3.8) и (3.9) получены в предположении постоянства отношения $\alpha_p/\alpha_n = k_{\rm av} = {\rm const}$ по толщине лавинной области. Кроме того, предполагается, что инжекция носителей заряда в лавинную область является либо чисто электронной, либо чисто дырочной. Это условие подразумевает, что первичные электроны или дырки создаются вне лавинной области, а затем поступают в лавинную область фотодиода. Если первичные носители заряда создаются внутри лавинной области, то величины коэффициента умножения лавинного процесса и шум-фактора будут отличаться от значений, определяемых выражениями (3.8) и (3.9). Кроме того, условие постоянства отношения коэффициентов ионизации не всегда выполняется в лавинных фотодиодах на основе традиционных полупроводников, таких как кремний и германий (см. рис. 2.8). Это связано с тем, что напряженность поля в лавинной области многих фотодиодов не является постоянной, а ее форма определяется концентрацией примесей.

На рис. 3.1 представлена теоретическая зависимость шум-фактора от коэффициента умножения лавинного процесса при различных величинах отношения α_p/α_n . Эта зависимость может достаточно хорошо описывать шум-фактор в лавинных p-i-n-структурах, где напряженность поля в лавинной области можно считать постоянной. Об этом свидетельствуют экспериментальные данные, приведенные на рис. 3.2.

В эксперименте чисто электронная или чисто дырочная инжекция обеспечивалась освещением фотодиода длинноволновым или коротковолновым излучением соответственно (см. вставку на рис. 3.2, α — коэффициент погашения излучения в кремнии). Верхние экспериментальные точки (белые кружки) соответствуют шум-фактору при инжекции первичного фототока дырок. Нижние экспериментальные точки (темные кружки) соответствуют шум-фактору при инжекции первичного фототока дырок. Нижние экспериментальные точки (темные кружки) соответствуют шум-фактору при инжекции первичного фототока электронов. Видно, что при фиксированном коэффициенте умножения шум-фактор при инжекции электронов значительно ниже, чем при инжекции дырок. Это объясняется тем, что в кремнии α_p намного меньше, чем α_n , т.е. $\alpha_p/\alpha_n = k_{av} \ll 1$.



Рис. 3.1. Теоретическая зависимость шум-фактора от коэффициента умножения лавинного процесса [5]



Рис. 3.2. Экспериментальная зависимость шум-фактора от коэффициента умножения в кремниевом лавинном фотодиоде [6]: 1 — теория; 2 — дырочная инжекция (коротковолновое излучение); 3 — электронная инжекция (длинноволновое излучение)

Одним из основных параметров лавинных фотодиодов (ЛФД) является величина $S_{\rm out}/N_{\rm out}$, где $S_{\rm out}$ и $N_{\rm out}$ — мощности сигнала и шума на выходе лавинного фотодиода соответственно. Для определения этого параметра рассмотрим схему процесса детектирования оптического сигнала и эквивалентную схему, которые представлены на рис. 3.3.



Рис. 3.3. Схема процесса детектирования оптического сигнала (*a*) и эквивалентная схема лавинного фотодиода (б) [7]

Здесь $i_{p.av}$ — амплитуда фотосигнала; $i_{s.av}$ и i_T — дробовые и тепловые шумы, приведенные в (3.1) и (3.3); C_d — емкость ЛФД; R_d — внутреннее сопротивление ЛФД; R_L — сопротивление нагрузки ЛФД; R_a — входное сопротивление усилителя, подключенного к выходу ЛФД.

Независимо от природы образования шумы одинаково усиливаются в ЛФД. Однако их среднеквадратичные отклонения (дисперсии) пропорциональны \overline{M}^2 . В то же время средняя величина фотосигнала $\overline{i_{p.av}}$ увеличивается пропорционально \overline{M} , т.е. $\overline{i_{p.av}} = \overline{I_P} \times \overline{M}$. Если учитывать только дробовой и тепловой шумы, то отношение сигнал/шум на выходе ЛФД можно выразить формулой [3]

$$\frac{S_{\text{out}}}{N_{\text{out}}} = \frac{(\overline{I_P} \times \overline{M})^2}{2q(\overline{I_P} + \overline{I_B} + \overline{I_D})F\overline{M}^2 \Delta f + (4kT\Delta f/R_{\text{eq}})} = \frac{\overline{I_p}^2}{2q(\overline{I_P} + \overline{I_B} + \overline{I_D})F\Delta f + (4kT\Delta f/\overline{M}^2 R_{\text{eq}})}, \quad (3.10)$$

где $R_{\rm eq}$ — эквивалентное сопротивление. Величина $R_{\rm eq}$ определяется выражением 1 1 1 1

$$\frac{1}{R_{\rm eq}} = \frac{1}{R_d} + \frac{1}{R_L} + \frac{1}{R_a}.$$
(3.11)

Уравнение (3.10) показывает, что применение ЛФД при регистрации светового сигнала вместо нелавинного p-i-n-фотодиода может увеличить отношение сигнал/шум благодаря уменьшению вклада теплового

77

шума в \overline{M}^2 раз. Это имеет место до тех пор, пока первый член в знаменателе формулы (3.10) не станет достаточно большим за счет резкого увеличения избыточного шум-фактора F при больших коэффициентах умножения \overline{M} .

3.2. Традиционные лавинные фотодиоды

Лавинные фотодиоды, изготовленные на базе кремниевых и германиевых кристаллов, нашли широкую область практического применения. Германиевые ЛФД используются в диапазоне длин волн от 1 до 1,6 мкм. Кремниевые ЛФД предназначены для регистрации оптической информации в диапазоне длин волн от 0,3 до 1,1 мкм. Оба типа ЛФД имеют достаточно схожую конструкцию. Учитывается сильная зависимость соотношения между коэффициентами ионизации электронов и дырок в лавинной области прибора. Для минимизации избыточного шум-фактора необходимо, чтобы электрическое поле в лавинной области ЛФД было достаточно низким, а лавинный процесс преимущественно инициировался электронами.

На рис. 3.4 представлены наиболее известные конструкции ЛФД с оптимизированным избыточным шум-фактором. Они имеют две об-



Рис. 3.4. Профиль концентраций донорных (N_d) и акцепторных (N_a) примесей, распределения поля и зонная диаграмма в двух типах лавинных фотодиодов

ласти с разной напряженностью электрического поля. Первая и достаточно широкая область p-типа проводимости, называемая также π -областью из-за достаточно низкой концентрации акцепторных примесей, служит для поглощения света. В этой области не развивается лавинный процесс благодаря низкой величине напряженности электрического поля. Вторая область — узкая область с высоким электрическим полем — используется для лавинного умножения носителей заряда. Такие конструкции ЛФД называют структурами с проникновением поля (по-английски reach-through avalanche photo diodes), поскольку в рабочем режиме электрическое поле проникает в толстую π -область, и в результате этого фотодиод полностью обедняется от n^+ -области до p^+ -области [3, 7–9].

С точки зрения избыточного шум-фактора $p^+ - \pi - p - \pi - n^+$ -структура (рис. 3.3, *a*) имеет преимущество перед структурой $n^+ - p - \pi - n^+$ (рис. 3.3, *б*). Это связано с тем, что величины α_p и α_n сильнее отличаются друг от друга в лавинной области (тонкой и высокоомной π -области) первой структуры. Однако вторая структура считается более технологичной, и поэтому она широко применяется для детектирования оптических сигналов в видимой и инфракрасной областях спектра.

На рис. 3.5 представлено сечение наиболее распространенной конструкции ЛФД с проникновением поля, имеющего структуру $n^+ - p - \pi - p^+$. Такой ЛФД преимущественно используется для регистрации излучения в ближней инфракрасной области спектра. Инфракрасное излучение, проходя через тонкие входные n^+ - и *p*-слои, поглощается в основном в толстом π -слое. Это обеспечивает низкий избыточный шум-фактор, поскольку лавинный процесс, происходящий на границе $n^+ - p$ -перехода, инициируется преимущественно фотоэлектронами. ЛФД дополнительно имеет охранное кольцо для предотвращения краевого пробоя. На поверхность прибора нанесен просветляющий слой с целью повышения квантового выхода.



Рис. 3.5. Сечение ЛФД с проникновением поля [8]



Рис. 3.6. Схематичные конструкции и профили распределения поля в двух типах ЛФД с проникновением поля: а) ЛФД фирмы Hamamatsu Photonics (S5345) [11]; б) ЛФД фирмы EG&G (C30626E) [10]

На рис. 3.6 представлены две конструкции наиболее известных ЛФД, разработанных для регистрации света в видимой области спектра. Оба ЛФД специально были созданы для применения в сцинтилляционных детекторах. Фотоэлектроны в первом ЛФД образуются в толстом π-слое, а затем дрейфуют в направлении лавинной области для умножения (рис. 3.6, а). Таким путем удается значительно снизить избыточный шум лавины. Однако большая часть темнового тока генерируется внутри толстого π-слоя, и этот темновой ток также хорошо умножается. Этот факт не позволяет снизить избыточный шум ЛФД до минимума, т.е. до уровня F=2. Кроме того, этот тип ЛФД имеет высокую чувствительность к минимально ионизирующим частицам. Дело в том, что минимально ионизирующие частицы создают достаточное количество электрон-дырочных пар в толстом *π*-слое. При этом созданные электроны, имеющие высокий коэффициент умножения в кремнии, дрейфуют в направлении лавинной области и умножаются там. Это затрудняет идентификацию необходимых световых сигналов от сцинтиллятора.

Конструкция второго типа ЛФД (рис. 3.6, б) является перевернутой по отношению к первому. В этом ЛФД узкая лавинная область с высоким электрическим полем расположена ближе к передней части устройства, на глубине около 4 мкм от поверхности полупроводника [10]. Поскольку большинство сцинтилляторов излучают свет в интервале 400–500 нм, а характерная длина поглощения составляет около 1 мкм или меньше, то большая часть света сцинтилляторов поглощается в пределах первых 1–3 мкм обедненного слоя, т.е. до лавинной области. Затем фотоэлектроны дрейфуют в направлении лавинной области и умножаются там, обеспечивая высокий коэффициент усиления фототока и низкий избыточный шум-фактор. С другой стороны, большая часть темнового тока, а также фототока, созданного минимально ионизирующими частицами, не имеет преимущественного усиления, поскольку лавинную область могут пересекать только дырки, у которых коэффициент ионизации значительно ниже, чем у электронов.

На рис. 3.7 представлена экспериментальная зависимость избыточного шум-фактора от коэффициента умножения для двух вышеупомянутых ЛФД. При измерении избыточного шум-фактора использовался метод, описанный в работе [12]. Для этого ЛФД освещался импульсным светом от светодиода с длиной волны излучения около 450 нм. Амплитуда фотосигнала регистрировалась с помощью зарядочувствительного аналого-цифрового преобразователя (АЦП). Величина избыточного шум-фактора F вычислялась с помощью выражения

$$F = \overline{N}_e \left(\frac{\sigma_t^2}{\overline{A}^2} - \frac{\sigma_{\rm el}^2}{\overline{A}^2} \right), \qquad (3.12)$$

где $\overline{N}_e = \overline{A}/q\overline{M}K_{\rm el}$ — среднее число фотоэлектронов в импульсе, инициирующих лавину в ЛФД; \overline{A} — средняя амплитуда сигнала в зарядах, зарегистрированных АЦП; q — заряд электрона; $K_{\rm el}$ — коэффициент усиления предусилителя; \overline{M} — средний коэффициент умножения ЛФД; σ_t — полная дисперсия сигнала, зарегистрированного АЦП; $\sigma_{\rm el}$ — дисперсия амплитуды шумов предусилителя.

Данные, представленные на рис. 3.7, показывают, что в области коэффициента усиления $\overline{M} \leqslant 30$ оба ЛФД имеют примерно одинаковые величины шум-фактора. Однако в области больших коэффициентов усиления ($\overline{M} \ge 50$) первый ЛФД имеет существенное преимущество перед вторым.



Рис. 3.7. Зависимость избыточного шум-фактора от коэффициента усиления [11]: *1* — ЛФД фирмы Hamamatsu Photonics (S5345); *2* — ЛФД фирмы EG&G (C30626E)

Одной из важных характеристик ЛФД является ширина его полосы пропускания Δf , определяемая как разность между максимальной f_{\max} и минимальной f_{\min} частотами синусоидального сигнала, при которой мощность (или амплитуда) сигнала на выходе ЛФД падает до уровня половины (или $1/\sqrt{2}$ части) своей максимальной величины, т.е. $\Delta f = f_{\max} - f_{\min}$. Благодаря лавинному процессу в области сильного поля ЛФД генерируют большое количество электрон-дырочных пар. В области напряжений ниже напряжения пробоя лавинный процесс носит затухающий характер. Фотоэлектроны, двигаясь против направления электрического поля, пересекают область высокого поля и создают определенное количество электрон-дырочных пар, а созданные при этом дырки, двигаясь в противоположном направлении, создают новые электроны, которые начинают следующий цикл лавинного процесса. После каждого такого цикла темп лавинного процесса затухает. Длительность этого процесса определяется как величиной напряжения, так и соотношением коэффициентов ионизации электронов и дырок, т.е. величиной α_n/α_p . Чем выше напряжение (или лавинное усиление), тем больше времени требуется для окончания лавинного процесса. Это приводит к постоянству произведения коэффициента усиления ЛФД на его ширину полосы пропускания. На рис. 3.8 показана рассчитанная ширина полосы пропускания идеализированного лавинного *p*-*i*-*n*-фотодиода в зависимости от низкочастотного коэффициента



Рис. 3.8. Теоретическая ширина полосы пропускания в зависимости от коэффициента усиления ЛФД [13]

усиления M_0 при различных отношениях коэффициентов ионизации электронов и дырок. Здесь ширина полосы пропускания Δf , определяемая по уровню 3 дБ от максимального значения, нормирована на $2\pi\tau_{\rm av}$, где $\tau_{\rm av}$ — среднее время пролета носителей заряда через обедненную область ЛФД. Видно, что в области $M_0 > \alpha_n/\alpha_p$ кривые представляют собой почти прямые линии, что свидетельствует о постоянстве произведения коэффициента усиления и ширины полосы пропускания, т.е. чем больше коэффициент усиления, тем меньше ширина полосы пропускания ЛФД. При этом частотная зависимость величины коэффициента усиления (а также амплитуды) определяется выражением [13]

$$M_{\omega} = \frac{M_0}{\sqrt{1 + \left[\omega M_0 N(\alpha_p / \alpha_n) \tau_{\rm av}\right]^2}}.$$
(3.13)

Здесь ω — круговая частота сигнала; $\tau_{\rm av} = (\tau_{{\rm tr}.n} + \tau_{{\rm tr}.p})/2$, где $\tau_{{\rm tr}.n}$ и $\tau_{{\rm tr}.n}$ — время пролета электронов и дырок через обедненный слой ЛФД соответственно; N — функция, слабо зависящая от отношения α_p/α_n . Она имеет значение 1/3, когда $\alpha_p = \alpha_n$, и значение 2, когда $\alpha_p/\alpha_n = 10^{-3}$. Определив максимальную частоту пропускания по уровню $1/\sqrt{2}$, т.е. подставив в выражение (3.13) $M_\omega = 1/\sqrt{2}$, получаем

$$M_0 \Delta f = \frac{1}{2\pi N(\alpha_p/\alpha_n)\tau_{\rm av}}.$$
(3.14)

Здесь ширина полосы пропускания $\Delta f = f_{\rm max} - 0 = \omega_{\rm max}/2\pi$ отсчитывается от нулевой частоты ($f_{\rm min} = 0$). Пунктирная линия показывает границы, при которых выполняется условие (3.14). Наибольшая ширина полосы пропускания достигается в области $M_0 < \alpha_n/\alpha_p$. При этом ширина полосы пропускания может ограничиваться только усредненным временем пролета ($\tau_{\rm av}$) носителей заряда через обедненную область.

3.3. Механизм формирования импульсного отклика в лавинных фотодиодах

Рассмотрим лавинный процесс в кремниевом p^+-i-n^+ -переходе. Система уравнений, описывающая лавинный процесс, включает в себя уравнения непрерывности токов и уравнение Пуассона [3, с. 479]. В условиях, когда электроны и дырки имеют равные скорости насыщения, а также компоненты дрейфового тока намного больше, чем диффузионный ток, основные уравнения устройства в одномерном случае могут быть записаны следующим образом:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \alpha_n v_s n + \alpha_p v_s n + \frac{1}{q} \frac{\partial J_n}{\partial x} + G,$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \alpha_n v_s n + \alpha_p v_s n - \frac{1}{q} \frac{\partial J_p}{\partial x} + G,$$

$$J_n = q v_s n,$$

$$J_p = q v_s p,$$

$$E = \frac{U_d}{W} = \text{const},$$
(3.15)

где x отсчитывается от поверхности полупроводника; W — максимальная толщина области пространственного заряда (ОПЗ); E — напряженность поля в ОПЗ; U_d — приложенное к диоду напряжение; q — заряд электрона; G — объемная скорость генерации носителей заряда; v_s максимальная величина дрейфовой скорости носителей заряда; n концентрация электронов; J_n — плотность электронной компоненты тока; α_n — коэффициент ионизации для электронов. Аналогичные обозначения имеют место для дырок.

При условии равенства коэффициентов ионизации для электронов и дырок (т. е. $\alpha_n = \alpha_p = \alpha$) из первых двух уравнений системы (3.15) можно получить

$$\frac{\partial J}{\partial t} = 2\alpha v_s J + v_s \frac{\partial (J_n - J_p)}{\partial x} + 2qv_s G, \qquad (3.16)$$

где $J = J_n + J_p$ — суммарный ток проводимости в области ОПЗ полупроводника. Проинтегрировав уравнение (3.16) по толщине обедненного слоя при начальных условиях $J_n(0) = J_t$, $J_p(0) = 0$, $J_n(W) = 0$, $J_p(W) = J_t$, получаем

$$\frac{\partial J_t}{\partial t} + \frac{2v_s}{W} \left(1 - \alpha W\right) J_t = \frac{2v_s i_a}{W},\tag{3.17}$$

где $J_t = \frac{1}{W} \int_0^W (J_n + J_p) \, dx$ — полный ток; $i_a = q \int_0^W G(x) \, dx$ — инициирующий лавину ток (например фототок). Здесь при интегрировании уравнения (3.17) предполагалось, что коэффициент ионизации является постоянным по всей толщине области пространственного заряда $p^+ - i - n^+$ -диода.

Уравнение (3.17) имеет следующие решения:

$$J_t(t) = \frac{2}{\tau} \int_0^t i_a \, dt'$$
 при $\alpha W = 1,$ (3.18)

$$J_t(t) = \frac{2}{\tau} \exp\left(|L|t\right) \int_0^t i_a \exp\left(-|L|t'\right) dt' \quad \text{при} \quad \alpha W > 1,$$
(3.19)

$$J_t(t) = \frac{2}{\tau} \exp\left(-|L|t\right) \int_0^t i_a \exp\left(|L|t'\right) dt' \quad \text{при} \quad \alpha W < 1,$$
(3.20)

где $L = 2[\tau(1 - \alpha W)]$, запись |L| означает абсолютное значение величины L; $\tau = W/v_s$ — время пролета носителей заряда через область пространственного заряда полупроводника.

Условие $\alpha W = 1$ достигается в том случае, когда на фотодиоде падает напряжение, равное напряжению пробоя (т. е. $U_d = U_b$). В этом случае любой инициирующий лавину ток конечной амплитуды и длительности, в том числе единичный электрон (или дырка), может вызывать в фотодиоде постоянный лавинный ток. Если инициирующий лавину ток постоянен ($i_a = \text{const} \neq 0$), то лавинный ток $J_t(t)$ будет стремиться к бесконечности.

Выражение (3.19) показывает, что при $\alpha W > 1$ инициирующий ток конечной амплитуды и длительности, в том числе единичный электрон (или дырка), может вызывать бесконечный рост лавинного тока в фотодиоде. Это означает, что фотодиод работает в режиме перенапряжения (т. е. $U_d > U_b$). Однако в реальности величина лавинного тока ограничивается сопротивлением электрической цепи фотодиода.

Согласно выражению (3.20) при условии $\alpha W < 1$ фотоотклик прибора затухает после окончания инициирующего лавину тока. Этот случай, имеющий место при условии $U_d < U_b$, называется нормальным (или линейным) режимом работы лавинного фотодиода. В качестве примера можно рассмотреть форму фотоотклика прибора на прямоугольный световой импульс. Форму такого прямоугольного светового импульса можно выразить следующим образом:

$$i_a(t) = I_0 \eta(t - t_1) \eta(t_2 - t),$$
 (3.21)

где η — единичная функция, т. е. $\eta = 1$ в интервале $t_1 < t < t_2$ и $\eta = 0$ при $t < t_1$ и $t > t_2$; I_0 — амплитуда инициирующего лавину тока.

Проинтегрировав выражение (3.20) с учетом (3.21), получаем следующую формулу, описывающую поведение переднего фронта фотоотклика:

$$J_t = I_0 M \left[1 - \exp\left(-\frac{2}{\tau M}t\right) \right], \qquad (3.22)$$

где $M = 1/(1 - \alpha W)$ — коэффициент умножения лавинного процесса. Задний фронт импульса согласно выражению (3.21) описывается формулой

$$J_t = I_0 M \exp\left(-\frac{2}{\tau M}t\right). \tag{3.23}$$



Рис. 3.9. Форма светового сигнала (a) и фотоотклика (б) лавинного фотодиода при усилении M=1000

На рис. 3.9 представлен фотоотклик лавинного фотодиода при регистрации прямоугольного светового импульса. В расчетах использовались: коэффициент усиления $M = 10^3$, $I_0 = 10$ нA, $t_1 = 10$ нс, $t_2 = 60$ нс, $\tau = 10$ пс.

Видно, что форма фотоотклика характеризуется временем развития лавинного процесса, равным $\tau_i = \tau M/2$. Если считать полосой пропускания прибора $\Delta f \approx 1/\tau_i$, то получим $\Delta f M \approx \left(\frac{2}{\tau}\right) = \text{const.}$ Это означает, что полоса пропускания лавинного фотодиода, работающего ниже пробивного потенциала, обратно пропорциональна коэффициенту усиления лавинного процесса.

3.4. Микроплазменный пробой и счетчик единичных фотонов

Несмотря на непрерывное совершенствование технологии, структура выращиваемых кристаллов все еще далека от идеальной. Реальные полупроводниковые кристаллы всегда имеют неоднородности в виде вакансий, дислокаций и случайных скоплений примесей. Эти неоднородности приводят к локальному понижению напряжения пробоя p-n-перехода. В результате этого коэффициент умножения в области неоднородности лавинного фотодиода значительно превышает коэффициент умножения остальной однородной области прибора ввиду резкой зависимости коэффициента умножения от приложенного напряжения. Если дальше увеличить напряжение с целью получения приемлемого среднего коэффициента усиления, то в области неоднородности наступает неуправляемый лавинный процесс, характеризующийся появлением в цепи фотодиода микроплазменных импульсов с одинаковой амплитудой и случайной длительностью. Даже единственная неоднородность, занимающая малую долю площади фотодиода, может ограничивать коэффициент умножения всего прибора. Это отчетливо видно на простом примере, представленном на рис. 3.10. Здесь рассмотрен лавинный процесс в ЛФД площадью $S = S_1 + S_m$ с одной единственной неоднородной областью площадью S_m , причем $S_m \ll S$. Напряжение пробоя в области S_m равно $U_b(S_m) = 49,8$ В, а в остальной однородной области $S_1 = S - S_m$ было принято $U_b(S_1) = 50$ В. Расчеты коэффициентов умножения выполнены с помощью известной эмпирической формулы Миллера (см. выражение (2.68) при параметре Миллера m = 1). Видно, что характер зависимостей коэффициентов усиления фототока от приложенного напряжения в областях S₁ и S_m сильно отличаются друг от друга. При напряжении $U_d > U_b(S_m) = 49,8$ В в фотодиоде начинается неуправляемый лавинный процесс, который в научной литературе часто называют микроплазменным пробоем. Он характеризуется появлением в электрической цепи лавинного фотодиода случайных прямоугольных импульсов равной амплитуды, но со случайной длительностью. В результате этого общий коэффициент умножения прибора составляет величину около нескольких сотен, хотя коэффициент умножения в области микроплазмы может превышать 10⁶.

Микроплазменный пробой детально изучен многими исследователями [14–31]. Наиболее полное объяснение физического механизма образования микроплазменных импульсов было дано в работах [17–27]. Установлено, что причиной появления микроплазменных импульсов с плоской вершиной не является неоднородность *p*–*n*-перехода полу-



Рис. 3.10. Пример микроплазменного пробоя: *a*) сечение лавинного фотодиода с единственной неоднородностью; *б*) зависимость коэффициента умножения от приложенного напряжения

проводникового диода. Такие импульсы можно наблюдать также в однородных диодах при выполнении условий $U_d > U_b$ и $R_s > R_l$, где U_d — напряжение подключенного к электрической цепи диода; U_b напряжение пробоя диода; R_l и R_s — внешнее нагрузочное сопротивление и сопротивление пространственного заряда (или обедненного слоя) диода соответственно. Величина внешнего тока Ј на плоской вершине микроплазменных импульсов определяется выражением $J = [(U_d - U_b)/(R_s + R_l)] = \text{const.}$ При этом величина напряжения U_p , падающего непосредственно на пикселе фотодиода, равна $U_p = \dot{U}_d - JR_l > U_b$ [20]. Это означает, что внутри диода происходит самоподдерживающийся лавинный процесс с равными токами разрядки (J_{dis}) и зарядки (J_{ch}) емкости диода, т.е. выполняется условие $J_{\rm dis} = J_{\rm ch} = J$. Излишки напряжения $\Delta U = U_p - U_b$ компенсирует влияние поля умноженных носителей заряда на лавинный процесс, т.е. реально на выводах пикселя диода падает напряжение больше, чем напряжение пробоя. Несмотря на это, лавинный ток не растет, а остается постоянным. Это означает, что после достижения плоской вершины микроплазменных импульсов величина напряженности поля на границе *p*-*n*-перехода равна той величине *E_s*, когда лавина отсутствует, а величина напряжения, падающего непосредственно на выводах диода, $U_p = U_b$.

Физически внутреннее сопротивление обедненного слоя R_s проявляет себя как влияние поля подвижных объемных носителей заряда в обедненном слое на величину поля в лавинной области. Для оценки величины R_s рассмотрим лавинный процесс в резком $p^+ - n$ -переходе. Лавинный процесс в таком фотодиоде происходит в обедненной области слоя *n*-типа, где напряженность поля достигает максимального значения E_s , причем толщина W обедненной области слоя n-типа значительно превышает толщину lav лавинной области. Поэтому подвижные носители заряда, находящиеся в области обедненного слоя толщиной $(W - l_{av}) \gg l_{av}$, существенно влияют на темп лавинного процесса. Рассмотрим два стационарных случая. В первом случае имеет место микроплазменный лавинный пробой, а лавинный ток достигает своей плоской вершины, т.е. $J = J_m = \text{const.}$ Во втором случае лавинный процесс отсутствует, т.е. J = 0. В первом случае концентрация подвижных электронов заметно приближается к концентрации ионизированных донорных примесей $N_d^+ \approx N_d$, где N_d — концентрация донорных примесей в *n*-слое. В обоих случаях уравнение Пуассона, описывающее распределение потенциала U электрического поля E в плоскопараллельном $p^+ - n$ -переходе, имеет вид

$$-\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{\partial E}{\partial x} = \frac{q}{\varepsilon_s} \rho(x), \qquad (3.24)$$

где ось x направлена перпендикулярно к поверхности диода и отсчитывается от границы раздела p^+-n -перехода; ρ — концентрация положительного заряда в обедненном слое; q — заряд электрона; ε_s абсолютная диэлектрическая проницаемость полупроводника. В первом случае $\rho = N_d - n$, а во втором случае $\rho = N_d$, где $n = JS_{\rm av}qv_s$ концентрация подвижных электронов; J — полный лавинный ток в канале умножения (или в канале микроплазменного пробоя); $S_{\rm av}$ поперечное сечение канала умножения; v_s — максимальная дрейфовая скорость электронов в обедненной области. Проинтегрировав уравнение (3.24) при стандартных граничных условиях E(x = W) = 0, U(x = W) = 0, можно получить следующие выражения для потенциала и электрического поля в двух вышеупомянутых случаях:

$$E_{1}(x) = -\frac{q(N_{d} - n)}{\varepsilon_{s}}(W - x),$$

$$U_{1}(xt) = \frac{q(N_{d} - n)}{2\varepsilon_{s}}(W - x)^{2}$$
при $\rho = N_{d} - n,$ (3.25)

где W и W_0 — толщины обедненной области полупроводника в первом и во втором случае соответственно. При этом поверхностные значения потенциалов U_s и U_{0s} выражаются как

$$U_s(x=0) = \frac{q(N_d-n)}{2\varepsilon_s} W^2, \qquad (3.27)$$

$$U_{0s}(x=0) = \frac{qN_d}{2\varepsilon_s} W_0^2.$$
 (3.28)

Как отмечалось выше, приложенные к диоду напряжения одинаковы в обоих случаях, т.е. $U_s = U_{0s}$. Используя это равенство, можно получить следующую последовательность равенств:

$$\frac{qN_d}{2\varepsilon_s}(W^2 - W_0^2) = \frac{qn}{2\varepsilon_s}W^2 = \frac{J_m}{2\varepsilon_s S_{\rm av}v_s}W^2 = \Delta U_m,$$
(3.29)

где ΔU_m — некоторый псевдопотенциал, вызванный лавинным током J_m . Естественно, этот потенциал падает на некотором сопротивлении R_s , причем выполняется равенство

$$\Delta U_m = \frac{J_m}{2\varepsilon_s S_{\rm av} v_s} W^2 = J_m R_s.$$
(3.30)

Сопротивление R_s часто называют сопротивлением области пространственного заряда лавинного фотодиода. Используя равенство (3.30), получим следующее выражение для R_s :

$$R_s = \frac{1}{2\varepsilon_s S_{\rm av} q v_s} W^2 = \frac{2}{\pi \varepsilon_s v_s} \left(\frac{W}{D_{\rm av}}\right)^2,\tag{3.31}$$

где $D_{\rm av}$ — диаметр микроплазменного канала умножения. Видно, что сопротивление пространственного заряда достаточно сильно зависит от отношения толщины обедненного слоя (W) к диаметру микроплазменного канала ($D_{\rm av}$) умножения. Для кремниевых лавинных фотодиодов $R_s \approx 60$ кОм при $W \approx D_{\rm av}$.

Таким образом, максимальное значение лавинного тока при микроплазменном пробое ограничивается сопротивлением пространственного заряда, и в результате этого осуществляется самостабилизированный лавинный процесс. Этот процесс достаточно нестабилен. Его появление и гашение имеет случайный характер. Длительность микроплазменных импульсов обычно достигает величины от одной до ста микросекунд при относительно больших значениях лавинного тока J_m (в диапазоне 50–100 мкА). Амплитуда и длительность микроплазменных импульсов монотонно растет с увеличением перенапряжения на фотодиоде.

При достаточно больших значениях внешнего нагрузочного сопротивления $R_l \gg R_s$ можно наблюдать достаточно короткие импульсы с относительно постоянной амплитудой и длительностью, но без какой-либо плоской вершины. Экспериментально установлено, что появление таких импульсов может быть инициировано также внешним воздействием, например светом, гамма-квантом или заряженной частицей [21–23]. Этот режим работы полупроводникового фотодиода обычно называют режимом Гейгера.

Таким образом, результаты исследований микроплазменных импульсов привели к созданию первых полупроводниковых счетчиков единичных оптических фотонов и гамма-квантов. В научной литературе такие счетчики часто называют однофотонными лавинными фотодиодами (SPAD) [32-36]. Как упоминалось выше, SPAD-детекторы работают в режиме перенапряжения, т.е. в режиме выше пробойного напряжения (или в режиме Гейгера), и поэтому они нуждаются во внешнем гасящем лавину сопротивлении. К сожалению, SPAD-детекторы не обладают линейностью по количеству фотонов в импульсе. Кроме того, SPAD-детекторы имеют длительное время восстановления из-за необходимости применения большого последовательного сопротивления, гасящего лавину. Даже в самых благоприятных случаях, т.е. для SPAD с низкой емкостью (~1 пФ), которые работают при небольшом перенапряжении (~2 В) с минимальным балластным резистором (~100 кОм), постоянная времени восстановления будет составлять около 200 нс, а полное восстановление займет около 1 мкс. Для быстрого гашения лавины в SPAD-детекторах используются специальные электронные устройства, так называемые активные элементы гашения, обеспечивающие принудительную разрядку и зарядку прибора спустя ~ 10 нс после начала лавинного процесса [36]. Поэтому идея создания матрицы из SPAD-детекторов считалась неперспективной из-за того, что индивидуальные активные элементы гашения пикселей занимали значительно бо́льшую площадь матрицы, чем активные области SPAD-детекторов.

Необходимость наличия индивидуального активного элемента гашения в SPAD-детекторе вызвана тем, что после разрядки емкости этого детектора его потенциал не опускается ниже напряжения пробоя из-за сильного влияния сопротивления обедненной области полупроводника на характер лавинного процесса. Этот вопрос более подробно будет рассмотрен в гл. 5.

3.5. Счетчики видимых и инфракрасных фотонов

В работах [4,5] представлены основные направления разработки конструкций лавинных фотодиодов с низким шум-фактором. Как показывает выражение (3.8), низкий шум-фактор может быть обеспечен, если коэффициенты ионизации α_p и α_n в лавинной области фотодиода сильно отличаются друг от друга. Для достижения этой цели были предложены и опробованы три наиболее интересных способа:

• улучшение конструкции традиционных кремниевых и германиевых фотодиодов с целью достижения максимального отличия между коэффициентами ионизации для электронов и дырок [8, 9];

• использование ступенчатых или варизонных полупроводниковых структур для создания разных условий умножения электронов и дырок [37-39];

• использование ударной ионизации носителей заряда, находящихся на примесных уровнях полупроводника [40, 41].

К сожалению, первые два способа не имели заметных успехов из-за их высокой себестоимости и несовершенства технологии. Последний способ был реализован при достаточно низкой температуре (около 7 К). При смещении около 7 В детектор был способен регистрировать единичные фотоны в видимой и инфракрасной областях спектра. Сначала он был назван твердотельным фотоумножителем (по-английски Solid-State Photomultiplier — SSPM) [40], а после оптимизации для работы в видимой области спектра авторы предпочли название счетчик видимых фотонов (по-английски Visible Light Photon Counter — VLPC) [41]. Он содержал кремниевую подложку (SS) с достаточно высокой концентрацией примесей, слой для инфракрасной чувствительности (IRL) с концентрацией донорных примесей ~ $5 \cdot 10^{17}$ см⁻³ и толщиной $L_{\rm IRL}$, лавинную область толщиной W, нелегированный блокирующий слой



Рис. 3.11. Сечение конструкции (*a*), профиль электрического поля (*б*) [40] и амплитудное распределение выходных импульсов (*в*) счетчика видимых и инфракрасных фотонов [42]

(BL) толщиной $L_{\rm BL}$ и прозрачный контакт (TC) с дозой легирования $3 \cdot 10^{14}$ см⁻². Слой IRL дополнительно был легирован акцепторными примесями с концентрацией в интервале $(0,5-8) \cdot 10^{14}$ см⁻³ для частичной компенсации донорных примесей. При этом некоторые донорные примеси становились ионизированными (электроны переходили вниз на акцепторные уровни), что обеспечивало необходимую проводимость слоя IRL (рис. 3.11).

Легирование слоя IRL ионами мышьяка до концентрации $\sim 5 \cdot 10^{17} \ \text{сm}^{-3}$ приводит к формированию в нем примесной зоны, расположенной на ~0,05 эВ ниже зоны проводимости кремния. Таким образом создаются условия ударной ионизации электронами исключительно донорных центров, поскольку при температуре $\sim 7~{
m K}$ донорные уровни и зона проводимости кремния ведут себя как узкозонный полупроводник с шириной запрещенной зоны \sim 0,05 эВ. При положительном потенциале на прозрачном контакте TC относительно кремниевой подложки SS слои BL и IRL ведут себя как диэлектрик и слаболегированный полупроводник, и в результате этого устанавливается соответствующее распределение поля, как показано на рис. 3.11. Лавинный процесс происходит только в области IRL толщиной W. Несмотря на относительно высокие значения поля, лавинный процесс не распространяется на область BL из-за отсутствия в ней примесной зоны.

Испытания показали, что в области температур 6–9 К VLPC-детектор продемонстрировал прекрасное распределение выходных импульсов (рис. 3.11), имея избыточный шум-фактор $F \approx 1$ и коэффициент умножения $M \approx 5 \cdot 10^4$. Авторы объясняют низкий избыточный шум тем, что единичные фотоэлектроны в VLPC умножались в независимых каналах умножения, причем эти каналы умножения работали в режи-

ме насыщения благодаря высокому сопротивлению области объемного заряда детектора [42].

К сожалению, разработчики не раскрывают полную конструкцию VLPC. Ниже мы приводим свою версию, касающуюся конструкции прибора.

На левой приграничной области слоя IRL толщиной W сконцентрировано высокое электрическое поле (см. рис. 3.11). Это возможно в том случае, если концентрация донорных примесей в этой области толщиной W значительно превышает концентрацию таких же примесей в остальной части слоя IRL толщиной L_{IRL} – W. Благодаря внешнему полю электроны на примесных донорных уровнях имеют возможность переходить в зону проводимости и создавать определенный ток. Поскольку величина этого тока пропорциональна концентрации донорных примесей, то количество электронов, уходящих из области толщиной W, значительно превышает количество электронов, приходящих в эту область из области IRL толщиной L_{IRL} – W. В результате этого в так называемой лавинной области толщиной W концентрируется высокое поле, достаточное для развития лавинного процесса. В стационарных условиях, когда отсутствует лавинный процесс, токи и концентрация неионизированных донорных примесей по всей области IRL толщиной L_{IRL} выравниваются. Насыщение коэффициента умножения электронов может быть связано с двумя факторами. Первый фактор экранировка электрического поля в лавинной области полем донорных примесей, ионизированных самим лавинным процессом. Второй фактор связан с конечностью количества неионизированных донорных примесей в лавинной области. Если хотя бы один из этих факторов имеет место, то это дает возможность создания детектора такого типа, работающего при комнатной температуре. Для этого можно использовать широкозонный полупроводник (или диэлектрик), легированный соответствующими примесями.

Список литературы к главе 3

- Ван дер Зил А. Шум (источники, описание, измерение). М.: Сов. радио, 1973. 228 с.; https://www.elec.ru/viewer?url=files/2021/11/12/ SHum-Istochniki-opisanie-izmerenie-AVan-der-Zil.pdf.
- 2. *Якимов А. В.* Введение в физику шумов. Н. Новгород: Изд-во НГУ, 2016. 108 с.; http://www.unn.ru/books/met_files/Yakimov_Noise_Introd.pdf.
- 3. Sze S. M., Ng K. K. Physics of Semiconductor Devices. Hoboken, New Jersey, Canada: John Wiley & Sons, Inc., 2007. 815 p.
- 4. *Тагер А. С.* Флуктуация тока в условиях ударной ионизации и лавинного пробоя полупроводников // ФТТ. 1964. № 6. С. 2418–2427.

- McIntyre R.J. Multiplication Noise in Uniform Avalanche Diodes // IEEE Trans. Electron. Dev. 1966. V.ED-13(1). P.164–168; https://ieeexplore. ieee.org/document/1474241.
- Baertsch R. D. Noise and Ionization Rate Measurements in Silicon Photodiodes // IEEE Trans. Electron. Dev. 1966. V. ED-13. P. 987–987; https://ieeexplore.ieee.org/document/1474470.
- Stillman G. E., Wolfe C. M. Avalanche Photodiode // Semiconduct. Semimet. V. 12. Infrared Detector II. New York: Academic, 1977. P. 291–394.
- Kaneda T., Kagawa S., Yamaoka T., Nishi H., Inada T. Low Noise Avalanche Photodiodes by Channeling of 800-keV Boron into [110] Silicon // J. Appl. Phys. 1978. V. 49, No. 12. P. 6199–6200; https://inis.iaea.org/search/search.aspx?orig_q=RN:10440664.
- Ruegg H. W. An Optimized Avalanche Photodiode // IEEE Trans. Electron. Dev. 1967. V. ED-14(5). P. 239–251; https://ieeexplore.ieee.org/document/1474660?arnumber=1474660.
- Lecomte R., Pepin C., Rouleau D., Dautet H., McIntyre R. J., McSween D., Webb P. Radiation Detection Measurements with a New Buried Junction Silicon Avalanche Photodiode // Nucl. Instr. Meth. A. 1999. V.423. P.92-102; https://doi.org/10.1016/S0168-9002(98)01182-6.
- Karar A., Musienko Y., Vanel J. Ch. Characterization of Avalanche Photodiodes for Calorimetry Applications // Nucl. Instr. Meth. A. 1999. V. 428. P. 413-431; https://doi.org/10.1016/S0168-9002(99)00177-1.
- Karar A., Musienko Y., Tanaka R., Vanel J., Ille B., Mohand D., Bard J., Pansart J., Reymond J., Tartas J., Guschin E., Flugel Th., Renker D., Cushman P., Rusack R., Reucroft S., Ruuska D. Investigation of Avalanche Photodiodes for EM Calorimeter at LH. 1995; https://cds.cern.ch/record/290037#.
- Emmons R. B. Avalanche Photodiode Frequency Response // J. Appl. Phys. 1967. V. 38. P. 3705–3714; https://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.1710199.
- Rose D. Microplasmas in Silicon // Phys. Rev. 1957. V. 105, No. 2. P. 413–418; doi: 10.1103/PhysRev.105.413.
- 15. Chynoweth A., Pearson G. Effect of Dislocations on Breakdown in Silicon p-n Junctions // J. Appl. Phys. 1958. V.29, No.7. P.1103-1110; doi: 10.1063/1.1723368.
- Champlin K. Microplasma Fluctuations in Silicon // J. Appl. Phys. 1959. V. 30, No. 7. P. 1039–1050; doi: 10.1063/1.1776976.
- McIntyre R.J. Theory of Micro Plasma Instability in Silicon // J. Appl. Phys. 1961. V. 32. P. 983–995; doi: 10.1063/1.1736199.
- Goetzberger A., McDonald B., Haitz R., Scarlet R. Avalanche Effects in Silicon p-n Junctions: II. Structurally Perfect Junctions // J. Appl. Phys. 1963. V. 34, No. 6. P. 1591–1600; doi: 10.1063/1.1702640.

- Haitz R. H. Studies on Optical Coupling between Silicon *p*-*n* Junctions // Solid-State Electron. 1965. V. 8. P. 417-425; doi: 10.1016/0038-1101(65)90119-X.
- Haitz R. Model for the Electrical behaviour of a Microplasma // J. Appl. Phys. 1964. V. 35. No. 5. P. 1370–1376; doi: 10.1063/1.1713636.
- Haitz R. Mechanisms Contributing to the Noise Pulse Rate of Avalanche Diodes // J. Appl. Phys. 1965. V. 36, No. 10. P. 3123–3131; doi: 10.1063/1.1702936.
- 22. Haitz R., Goetzberger A., Scarlett R., Shockley W. Avalanche Effects in Silicon p-n Junctions: I. Localized Photomultiplication Studies on Microplasmas // J. Appl. Phys. 1963. V.34, No.6. P. 1581–1590; doi: 10.1063/1.1702639.
- 23. Ruge I., Keil G. Microplasmas in Silicon p-n Junctions as Detectors for Gamma Radiation // Rev. Sci. Instr. 1963. V. 34, No. 4. P. 390–392; doi: 10.1063/1.1718373.
- Haitz R. Studies on Optical-Coupling between Silicon p-n Junctions // Solid-State Electron. 1965. V. 8. P. 417-415; doi: 10.1016/0038-1101(65)90119-X.
- Haitz R., Smits F. Noise Analysis for Silicon Particle Detectors with Internal Multiplication // IEEE Trans. Nucl. Sci. 1966. V. 13, No. 3. P. 198-207; doi: 10.1109/TNS.1966.4324099.
- Haitz R. Noise of a Self-Sustaining Avalanche Discharge in Silicon: Low-Frequency Noise Studies // J. Appl. Phys. 1967. V. 38, No. 7. P. 2935–2946; doi: 10.1063/1.1710027.
- Goetzberger A., Melchior H. Electrical Suppression of Microplasmas // IEEE Trans. Electron. Dev. 1967. V. 14, No. 9. P. 633–638; doi: 10.1109/T-ED.1967.16066.
- Kimura C., Nishizawa J. Turn-On Mechanism of a Microplasma // Japan. J. Appl. Phys. 1968. V.7, No. 12. P. 1453–1463; doi: 10.1143/JJAP.7.1453.
- Melchior H., Goetzberger A., Nicollian E., Lynch W. Electrical Suppression of Avalanche Currents in Semiconductor Junctions // Solid-State Electron. 1969. V. 12. P. 449–456; doi: 10.1016/0038-1101(69)90074-4.
- Oldham W. G., Samuelson R. R., Antognetti P. Triggering Phenomena in Avalanche Diodes // IEEE Trans. Electron. Dev. 1972. V. ED-19(9). P. 1050-1060; doi: 10.1109/T-ED.1972.17544.
- McIntyre R. J. On the Avalanche Initiation Probability of Avalanche Diodes above the Breakdown Voltage // IEEE Trans. Electron. Dev. 1973. V.20, No. 7. P. 637–641; doi: 10.1109/T-ED.1973.17715.
- Cova S., Bertolaccini M., Bussolati C. The Measurement of Luminescence Waveforms by Single Photon Techniques // Phys. Stat. Solid. A. 1973. V. 18. P. 11-62; doi: 10.1002/pssa.2210180102.
- 33. Antognetti P., Cova S., Longoni A. A Study of the Operation and Performances of an Avalanche Diode as a Single Photon Detector // Proc. of the Second Ispra Nuclear Electronics Symp. Luxembourg, Belgium, 1975. P. 453–456; http://risorse.dei.polimi.it/spad/1975/ISPRA-1975.pdf.

- Dautet H., Deschamps P., Dion B., MacGregor A. D., MacSween D., McIntyre R. J., Trottier C., Webb P. P. Photon Counting Techniques with Silicon Avalanche Photodiodes // Appl. Opt. 1993. V. 32. P. 3894–3900; doi: 10.1364/AO.32.003894.
- Lacaita A., Ghioni M., Zappa F., Ripamonti G., Cova S. Recent Advances in the Detection of Optical Photons with Silicon Photodiodes // Nucl. Instr. Meth. A. 1993. V. 326. P. 290–294; doi: 10.1016/0168-9002(93)90366-P.
- Cova S., Ghioni M., Lacaita A., Samori C., Zappa F. Avalanche Photodiodes and Quenching Circuits for Single-Photon Detection // Appl. Opt. 1996. V.35, No. 12. P. 1956–1976; doi: 10.1364/AO.35.001956.
- Chin R., Holonyak N., Stillman G. E., Tang J. Y., Hess K. Impact Ionisation in Multilayered Hetero Junction Structures // Electron. Lett. 1980. V. 16. P. 467–469; https://digital-library.theiet.org/content/journals/10.1049/ el_19800329.
- Capasso F. The Channelling Avalanche Photodiode: A Novel Ultra-Low-Noise Interdigitated *p*-*n* Junction Detector // IEEE Trans. Electron. Dev. 1982. V. ED-29. P. 1388–1395; https://ieeexplore.ieee.org/document/1482384.
- Capasso F., Tsang W., Williams G.F. Staircase Solid-State Photomultipliers and Avalanche Photodiodes with Enhanced Ionization Rates Ratio // IEEE Trans. Electron. Dev. 1983. V. ED-30(4). P. 381–390; https://ieeexplore.ieee.org/document/1483033.
- Petroff M. D., Stapelbroek M. G., Kleinhans W. A. Detection of Individual 0.4–28 μm Wavelength Photons via Impurity-Impact Ionization in a Solid-State Photomultiplier // Appl. Phys. Lett. 1987. V.51, No.6. P. 406–408; https://doi.org/10.1063/1.98404.
- Petroff M. D., Stapelbroek M. G. Photon-Counting Solid-State Photomultiplier // IEEE Trans. Electron. Dev. 1989. V. 36, No. 1. P. 158–162; https://ieeexplore.ieee.org/document/34424.
- Atac M., Park J., Cline D., Chrisman D., Petroff M., Anderson E. Scintillating Fiber Tracking for the SSC Using Visible Light Photon Counters // Nucl. Instr. Meth. A. 1992. V. 314. P. 56–62; https://doi.org/10.1016/0168-9002(92)90498-S.

Глава 4

МИКРОПИКСЕЛЬНЫЕ ЛАВИННЫЕ ФОТОПРИЕМНИКИ

В этой главе излагаются основные научные и технологические проблемы, решение которых привело к созданию адекватного полупроводникого аналога вакуумных ФЭУ, способных детектировать слабые световые импульсы (вплоть до единичных фотонов) при комнатной температуре. Основным фактором, задерживающим создание такого полупроводникового детектора фотонов, являлось наличие микронеоднородностей в полупроводниковых кристаллах, приводящих к неуправляемому лавинному процессу. Для достижения поставленных целей необходимо было либо существенно уменьшить плотность (или полностью исключить наличие) микронеоднородностей в кристалле, либо значительно ослабить (или полностью исключить) влияние этих микронеоднородностей на работу лавинного полупроводникового детектора. Первый подход требовал совершенства технологии роста полупроводниковых кристаллов, второй — создания новых конструктивно-технологический способов. Ниже приведены основные результаты, полученные на основе второго подхода.

4.1. Краткая предыстория: лавинные МДП- и МРП-структуры

Интенсивные исследования возможности создания высокочувствительных фотоприемников на основе лавинных p-n-переходов были начаты более 60 лет назад. Основная проблема, ограничивающая чувствительность (или коэффициент усиления) и рабочую площадь лавинных фотодиодов (ЛФД), была связана с несовершенством технологии полупроводниковых кристаллов. Дело в том, что реальные полупроводниковые кристаллы всегда имеют различные неоднородности в виде вакансий, дислокаций и случайных скоплений примесей, которые приводят к локальному понижению напряжения пробоя p-n-перехода ЛФД. В свою очередь это приводит к локальному неуправляемому пробою в этих неоднородностях. Даже единственная неоднородность на рабочей площади может приводить к выходу из строя прибора. Поэтому, помимо совершенствования технологии изготовления ЛФД, исследовались другие лавинные структуры, позволяющие предотвратить неуправляемый пробой в областях неоднородностей полупроводника.

В работе [1] в качестве альтернативы ЛФД с *p*-*n*-переходом впервые было предложено использовать кремниевую структуру типа металл-оксид-полупроводник — МОП (по-английски Metal-Oxide-Semiconductor — MOS). МОП-структура содержала полупрозрачный алюминиевый слой, двуокись кремния толщиной 30 нм, кремниевый слой с концентрацией акцепторных примесей $N_a = 10^{17}$ см $^{-3}$ и кремниевую подложку с концентрацией акцепторных примесей $N_a = 10^{14}$ см $^{-3}$. Считалось, что использование в МОП-структуре слоя окисла кремния с достаточной проводимостью позволит стабилизировать (или ограничивать) коэффициент умножения лавинного процесса в областях микронеоднородностей полупроводника путем накопления там умноженных носителей заряда, экранирующих электрическое поле. Сечение такой структуры представлено на рис. 4.1, а. Испытания образцов с активной площадью около 1 см² показали, что коэффициент усиления фототока в лавинном фотодетекторе достигает 30 при постоянном смещении около 100 В (рис. 4.1, б). Дальнейшее увеличение напряжения не приводило к существенному росту коэффициента усиления, поскольку инверсный слой электронов, образованный на границе кремний – двуокись кремния (Si-SO₂), экранировал поле в полупроводнике из-за недостаточной проводимости SiO₂.

Другая альтернатива лавинным фотодиодам предложена в работах [2,3], в которых использовались структуры типа металл-диэлектрик-полупроводник (МДП). Здесь в качестве диэлектрика применялся термический окисел кремния (SiO₂) с достаточно низкой проводимостью. Идея заключалась в том, чтобы умноженные носители заряда в микронеоднородностях накапливались на границе раздела Si-SiO₂ и локально уменьшали электрическое поле, где напряжение пробоя понижено. В этом случае лавинный процесс будет гасить сам себя.



Рис. 4.1. Сечение первого лавинного МОП-фотоприемника (a) и результаты его испытания (б) [1]

К сожалению, этот прибор мог работать только в режиме импульсного питания из-за наличия непроводящего диэлектрического слоя SiO₂.

Лавинная МДП-структура обычно изготавливалась термическим окислением кремниевых пластин *p*-типа проводимости с удельным сопротивлением от 1 до 5 Ом см при температуре около 1050 °C. Толщина двуокиси кремния составляла около 100 нм. В качестве полупрозрачного электрода использовали слой Ni или Ti толщиной около 10 нм (рис. 4.2, *a*).

Как отмечено выше, глубокого обеднения поверхности полупроводника в МДП-структуре возможно достичь только при импульсном питании, так как в условиях постоянного питающего напряжения электрическое поле в полупроводнике экранируется неосновными носителями заряда, сгенерированными в области обедненного слоя (рис. 4.2, б). Длительность импульсного напряжения питания выбирают не более 100 мкс, чтобы накопление темнового генерационного тока в обедненной области не смогло заметно влиять на перераспределение потенциала между полупроводником и диэлектриком.

Напряжение V, приложенное к МДП-структуре, делится между полупроводником и диэлектриком, причем всегда выполняется равенство

$$V = \Psi_s + V_d, \tag{4.1}$$

где $\Psi_s = \frac{q N_a W^2}{2 \varepsilon_s}$ — поверхностный потенциал полупроводника относительно его объема, q — заряд электрона, W — толщина обедненного слоя, N_a — концентрация акцепторных примесей в полупроводнике; $V_d = \frac{q N_a W + \sigma}{C_d}$ — напряжение, падающее в диэлектрике, $q N_a W$ поверхностная плотность заряда ионизированных примесей в обедненном слое, σ — поверхностная плотность заряда в инверсионном слое, вызванном генерационным током.

На рис. 4.2, в показана типичная картина полного тока в МДПструктуре при линейно нарастающем импульсном напряжении питания



Рис. 4.2. Сечение (а) и эпюра (б) питающего напряжения и полного тока (в) в лавинной МДП-структуре: 1 — фотосигнал без усиления; 2 — усиленный лавинный фотосигнал

 $V = \eta t$, где $\eta = \text{const.}$ Величина полного тока J_t сначала падает со временем, поскольку происходит глубокое обеднение поверхности полупроводника. При достижении некоторого порогового потенциала в приповерхностной области полупроводника развивается процесс лавинного умножения носителей заряда. Начиная с этого момента (с момента времени t_1) прекращается дальнейший рост Ψ_s (также и величины W), и в результате полный ток достигает своего максимального значения [3–5]

$$J_t = C_d \frac{\partial V}{\partial t} = \eta C_d = i_a M = \text{const}, \qquad (4.2)$$

где i_a — инициирующий лавину генерационный ток; M — коэффициент усиления лавинного процесса. Следует отметить тот факт, что уравнение (4.2) выполняется только при условии постоянства генерационного тока. Если структуру освещать постоянным светом, то мы не увидим увеличения тока в цепи, а наоборот, коэффициент умножения уменьшится так, чтобы выполнялось равенство $i_a M$ = const. Таким образом, при линейном нарастании напряжения в МДП-структуре между инициирующим током i_a и коэффициентом умножения M лавинного процесса устанавливается такая связь, что величина $i_a M$ остается постоянной. Такой режим работы МДП-структуры часто называют самостабилизацией лавинного процесса [3, 5].

На плоской вершине полного тока (т.е. в режиме самостабилизированного лавинного процесса) фотоотклик, вызванный импульсным светом, напоминает дифференциал прямоугольного электрического импульса, причем амплитуда переднего фронта фототока всегда больше, чем амплитуда заднего фронта фототока, хотя количество заряда в них одинаковое. Резкое уменьшение величины фототока МДП-структуры после достижения максимума связано с эффектом отрицательной обратной связи, заключающимся в резком уменьшении коэффициента умножения лавинного процесса при увеличении инициирующего тока. Это объясняется тем, что умноженные носители заряда накапливаются на границе Si-SiO₂ и экранируют электрическое поле в полупроводнике, в результате чего коэффициент умножения лавинного процесса уменьшается.

В отличие от традиционных ЛФД-фотоприемников лавинные МДП-структуры имеют высокий коэффициент усиления. Однако они не воспроизводят истинную форму импульса света. Амплитуда и форма импульса фототока зависят от параметров МДП-структуры, питающего напряжения и регистрируемого света [4,6].

Таким образом, практическое использование лавинной МДП-структуры представляет большую трудность, поскольку величина фототока определяется параметрами самой МДП-структуры, питающего напряжения и регистрируемого света. Существуют еще две проблемы, ограничивающие возможность практического применения МДП-структур

100

в режиме лавинного умножения носителей заряда. Первая проблема это дрейф рабочего напряжения, вызванный зарядкой окисла структуры при лавинном умножении носителей заряда на границе Si–SiO₂, и в результате этого устройство может работать всего несколько часов. Вторая проблема вызвана тем, что лавинные МДП-структуры имеют большое мертвое время (не менее 1 мс), связанное с релаксацией избыточного заряда на границе Si–SiO₂ [7–9].

Известен другой кремниевый лавинный фотоприемник со структурой МДП, в котором использовался более эффективный и технологичный способ локальной стабилизации лавинного процесса [10]. Поперечное сечение такого лавинного фотоприемника представлено на рис. 4.3, а. В рабочем режиме к подложке прикладывается положительный потенциал относительно титанового затвора и охранного кольца, обеспечивающий развитие лавинного умножения носителей заряда в плоском p-n-переходе, где производится усиление фототока. После усиления носители заряда переносятся вдоль границы раздела Si-SiO₂ к охранному (стоковому) кольцу. Особенность работы данного фотоприемника в том, что характер лавинного процесса в нем определяется величиной поверхностной проводимости границы раздела Si-SiO₂. Толщина и концентрация примесей в полупроводниковом слое *p*-типа проводимости выбирается так, чтобы при рабочем потенциале на фотоприемнике обедненная область достигла границы раздела Si-SiO₂ (см. рис. 4.3, б). В этом случае на границе Si-SiO₂ образуется сверхтонкий слой *р*-типа толщиной ~ 10 нм, имеющий достаточно высокое сопротивление. Именно величина поверхностного сопротивления этого сверхтонкого слоя определяет эффективность локальной стабилизации лавинного процесса. Лавинный процесс происходит достаточно далеко от границы раздела Si-SiO₂ (на границе раздела *p*-*n*-перехода). Поэтому горячие носители заряда не могут проникать в объем диэлектрика.



Рис. 4.3. Лавинная МДП-структура с тонким *p*-*n*-переходом: *a*) сечение конструкции; *б*) зонная диаграмма

101

За время развития лавинного процесса, инициированного единичным электроном, основная часть вновь образованных дырок накапливается в небольшой области границы раздела Si-SiO₂ с характерным размером, сравнимым с толщиной обеднения плоского p-n-перехода (~1–3 мкм). Это приводит к локальному уменьшению электрического поля в соответствующей области p-n-перехода, в результате чего достигается режим самостабилизации темпа лавинного процесса. При этом фотоотклик формируется как ток смещения в приборе.

Следующим шагом в разработке новых лавинных фотоприемников стал поиск надежного резистивного материала для замены диэлектрика в МДП-структуре. Этот материал должен был иметь необходимую утечку и не захватывать носители заряда. Исследования показали, что наиболее подходящим для замены слоя окисла в лавинной МДП-структуре является резистивный слой из карбида кремния (SiC). Сечение такой лавинной структуры, называемой металл-резистивный слой-полупроводник — МРП (по-английски Metal-Resistive layer-Semiconductor — MRS) структурой, представлено на рис.4.4. Была разработана МРП-структура с активной площадью 25 мм², имеющая коэффициент усиления около 1000 в режиме постоянного напряжения питания и высокую стабильность параметров ввиду отсутствия накопления заряда в слое карбида кремния [11].

Установлено, что ограничение коэффициента усиления лавинной МРП-структуры данной конструкции связано с растеканием умноженных носителей заряда вдоль границы Si-SiC. Дело в том, что характер лавинного процесса в микронеоднородностях кремниевой подложки, где напряжение пробоя понижено, близок к режиму насыщения коэффициента усиления благодаря накоплению там умноженных носителей заряда, которые локально экранируют поле. Однако эти заряды имеют возможность стекать в соседние однородные области детектора и подавлять там лавинный процесс.

В работе [12] был исследован процесс растекания лавинного заряда вдоль поверхности детектора при различных значениях сопротивления



Рис. 4.4. Сечения лавинных МДП (а) и МРП (б) структур



Рис. 4.5. Результаты расчета растекания заряда вдоль границы Si-SiC: $1 - R_{\rm SiC} = 1 \cdot 10^8$ Ом · см; $2 - R_{\rm SiC} = 1 \cdot 10^9$ Ом · см; $3 - R_{\rm SiC} = 5 \cdot 10^{10}$ Ом · см

карбида кремния $R_{\rm SiC}$. Предполагалось, что полупроводник детектора имеет единственную неоднородность диаметром $r_0 = 10$ мкм, где напряжение пробоя занижено на 0,3%. Результаты расчетов коэффициента лавинного умножения M в зависимости от координаты на плоскости фотоприемника приведены на рис. 4.5. Видно, что коэффициенты лавинного умножения внутри круга радиусом r_0 и на некотором расстоянии от этого круга сильно отличаются друг от друга. Это связано с подавлением лавинного процесса за пределами области r_0 полем носителей заряда, приходящих из области r_0 . Размер области, где коэффициент умножения заметно подавлен зарядовым потоком из области r_0 , зависит от сопротивления слоя карбида кремния.

Таким образом, чтобы достичь минимального изменения коэффициента умножения по всей чувствительной области устройства, необходимо предотвратить растекание подвижных зарядов вдоль границы Si-SiC.

В качестве одного из способов предотвращения растекания подвижных зарядов вдоль границы Si-SiC было предложено формирование на поверхности полупроводника матрицы из отдельных $p-n^+$ -переходов, образующих независимые каналы умножения. Фактически был предложен лавинный микроканальный МРП-фотодетектор, являющийся твердотельным аналогом микроканальных фотоумножителей. Такие лавинные фотоприемники впервые были представлены в работах [13, 14]. Результаты исследований их параметров приведены в работах [6, 15, 16]. На рис. 4.6 показаны конструкции лавинных микроканальных МРП-фотоприемников. Эти устройства содержат полупроводниковую подложку, на поверхности которой сформирована матрица из независимых $p-n^+$ -переходов (пикселей).

В микроканальном МРП-фотоприемнике каждый пиксель соединен с общим полупрозрачным металлическим слоем через вертикальный микрорезистор. Вокруг каждого пикселя создан потенциальный барьер высотой около 0,7 В. Это предотвращает перенос подвижных носителей заряда от одного пикселя к другому. Поэтому все пиксели в этой конструкции функционируют независимо друг от друга, причем каждый



Рис. 4.6. Сечение базовой конструкции (a) [14] микроканального лавинного МРП-фотоприемника с матрицей $p-n^+$ -переходов и ее реализованной версии (б) [6, 15, 16]

пиксель может работать в режиме, близком к насыщению коэффициента умножения (или в режиме Гейгера), благодаря последовательному сопротивлению слоя карбида кремния, расположенного над пикселем. Пиксели, имеющие размеры около 3–4 мкм, были расположены с шагом примерно 7–15 мкм. Испытания экспериментальных образцов микроканальных МРП-фотоприемников, изготовленных на кремниевой подложке, подтвердили вышеупомянутую идею (рис. 4.7). Коэффициент усиления лавинного МРП-фотодетектора с n^+ -пикселями в 1000 раз превышал (кривая 1) соответствующий параметр базового образца — МРП-фотодетектора без матрицы из n^+ -пикселей (кривая 2) [6, 15, 16].

В зависимости от величины приложенного напряжения лавинный микроканальный МРП-фотодетектор мог работать как в обычном нормальном режиме, так и в режиме Гейгера. Результаты испытаний, представленные в работах [6, 16], показали, что разброс коэффициента усиления сигнала по всей активной площади фотодетектора не превышает 10%.

В работах [17, 18] впервые был показан аномальный характер зависимости коэффициента избыточного шума от коэффициента умножения лавинного процесса в микроканальном МРП-фотодетекторе. При



Рис. 4.7. Результаты испытания реализованного лавинного микроканального МРП-фотодетектора

увеличении коэффициента умножения величина шум-фактора сначала растет, как в традиционных ЛФД, а затем значительно падает, стремясь к единице. Это означает, что разработанный лавинный фотодетектор может стать идеальным приемником слабых световых импульсов, так же как вакуумный ФЭУ.

В работах [19, 20] впервые было показано, что микроканальный МРП-фотодетектор способен регистрировать единичные фотоны в видимой области спектра (рис. 4.8). В отличие от SPAD-фотодетекторов микроканальные МРП-фотоприемники имели достаточно широкую область линейности выходных сигналов и большую рабочую площадь (~10 мм²). Это стало возможным благодаря существованию в микроканальном МРП-фотоприемнике большого количества независимых каналов умножения и насыщению коэффициента усиления в этих каналах. Процесс умножения в каждом канале (или пикселе) мог запускаться одним фотоэлектроном, и поэтому количество сработавших пикселей было пропорционально количеству фотонов в импульсе света.

Следует отметить, что все микроканальные МРП-фотоприемники были разработаны исключительно для применения в ближней инфракрасной области спектра. Наличие слоя карбида кремния и полупрозрачного слоя металла на поверхности активной области фотоприемника значительно снижало его квантовый выход в видимой области спектра. Кроме того, лавинная область фотодетектора располагалась непосредственно под $p-n^+$ -переходами глубиной не менее 1 мкм и концентрацией примесей не менее 10^{19} см⁻³, и поэтому значительная часть носителей заряда, созданная излучением в видимой области спектра, не доходила до лавинной области. Это ограничивало использование МРП-фотоприемников во многих прикладных областях, требующих регистрации света в видимой области спектра. Решение этой проблемы требовало разработки новых конструкций микроканальных лавинных фотоприемников.



Рис. 4.8. Амплитудные распределения выходных импульсов микроканального МРП-фотодетектора: *а*) из работы [19]; *б*) из работы [20]

4.2. Основные конструкции и принципы работы кремниевых фотоумножителей

В настоящее время известны пять типов кремниевых микропиксельных лавинных фотодиодов — МЛФД (по-английски Micropixel Avalanche Photo Diodes – МАРD). Первый МЛФД с индивидуальными пленочными резисторами, имеющий высокий квантовый выход в видимой области спектра, был предложен в 1996 г. [21]. Конструкция такого фотодиода представлена на рис. 4.9. МЛФД-детектор содержит кремниевую подложку 1, например *p*-типа проводимости (*p*-Si), на поверхности которой сформировалась матрица из отдельных высоколегированных областей *n*-типа проводимости 2 (n⁺⁺-Si). Эти области были отделены от подложки кремниевыми слоями (пикселями) *п*-типа проводимости 3 (*n*⁺-Si), имеющими пониженную концентрацию примесей по сравнению с n⁺⁺-Si-областями. Пиксели расположены с определенным интервалом с целью предотвращения токовой связи между ними. Каждый пиксель соединен с общей проводящей шиной 4 посредством индивидуального пленочного микрорезистора 5, имеющего сопротивление в интервале $10^5 - 10^6$ Ом в зависимости от размера пикселей (рис. 4.9). На границе раздела пикселей 3 с подложкой 1 были выполнены высоколегированные области *p*-типа проводимости (p⁺-Si) 7 с целью понижения напряжения пробоя и локализации лавинного процесса в пределах каждого пикселя. Благодаря падению напряжения в диэлектрике, расположенном между пикселями, поверхностный потенциал полупроводника в этих местах понижен по сравнению с областью пикселей. Такое перераспределение напряжения создает вокруг пикселя потенциальную яму, электрически изолирующую пиксели друг от друга. Плотность пикселей в таком МЛФД может составлять величину от 10² до 10⁴ пиксель/мм² в зависимости от размера пикселей и области применения прибора.



Рис. 4.9. Оригинальная конструкция МЛФД с пленочными микрорезисторами (a) [21] и ее упрощенная версия (б) [22, 23]: 1 — кремниевая пластина p-типа проводимости; $2 - n^{++}$ -Si-контакт к пикселю; $3 - n^{+}$ -Si-пиксель; 4 — металлические полоски; 5 — индивидуальный микрорезистор пикселя; 6 — диэлектрический слой; $7 - p^{+}$ -Si-область, где осуществляется лавинный процесс

Площадь пикселя и сопротивление его индивидуального микрорезистора выбираются так, чтобы за характерное время электрической релаксации емкости пикселя вероятность темновой генерации носителей заряда в его чувствительной области была значительно меньше единицы. Это означает, что в пикселе чаще всего не образуется ни одного носителя заряда (электрона или дырки) за это время, и он в отсутствие заряда имеет очень большое, практически бесконечное, сопротивление. Это обеспечивает возможность работы пикселей МЛФД в режиме перенапряжения, т.е. выше пробойного потенциала полупроводника МЛФД (в литературе это называют режим счетчика Гейгера). При образовании единичного фотоэлектрона (или темнового электрона) в чувствительной области пикселя возникает лавинный процесс, поэтому происходит разрядка емкости пикселя. В результате этого лавинный процесс прекращается. Одновременно с разрядкой пикселя внешний источник напряжения заряжает его емкость через индивидуальный микрорезистор, и это принимается как фотосигнал. Гашение лавинного процесса в пикселях происходит из-за существенного падения потенциала в нем благодаря наличию в каждом пикселе индивидуального пленочного резистора, который не допускает заметной перезарядки пикселя от источника напряжения за время протекания лавинного процесса. Сигналы от сработавших пикселей суммируются на общей нагрузке (проводящей шине). Число сработавших пикселей пропорционально амплитуде сигнала на нагрузке МЛФД. Фотоотклик прибора остается линейным до тех пор, пока вероятность попадания двух или более фотонов на один пиксель не достигнет существенной величины [22].

В научной литературе лавинные фотодетекторы, изготовленные на основе вышеупомянутой конструкции МЛФД, часто называют кремниевыми фотоумножителями (Si-ФЭУ, по-английски — SiPM) или микропиксельными счетчиками фотонов (по-английски Micro Pixel Photon Counter — MPPC). Название кремниевые фотоумножители (SiPM) впервые анонсировалось в работе [24], где авторы исследовали свои образцы лавинных фотодетекторов, изготовленные на основе конструкции МЛФД, предложенной в работе [21] (см. рис. 4.10). Было показано, что МЛФД-фотодетекторы с пленочными микрорезисторами имеют хорошее амплитудное разрешение сигналов и высокую (~15%) эффективность детектирования фотонов (ЭДФ) в области видимого света по сравнению с микроканальным МРП-фотодетектором, имеющим ЭДФ ~3%. Следует отметить, что современные МЛФД (SiPM или MPPC) имеют эффективность детектирования фотонов т 15 до 60% в зависимости от длины волны света и размера пикселей.

Второй тип МЛФД характеризуется тем, что в нем в качестве гасящего лавину микрорезистора используется сопротивление затвора, расположенного между пикселем и индивидуальным стоком, подсоединенным к общему металлическому контакту [25, 26]. Принцип работы


Рис. 4.10. МЛФД с пленочными микрорезисторами (*a*) и первые результаты его испытания (*б*) [24]

этого типа МЛФД заключается в следующем. К затвору, соединенному со стоком, прикладывается положительное напряжение, величиной относительно подложки выше напряжения пробоя пикселя (рис. 4.11). При этом на границе Si-SiO₂ формируется тонкий инверсный слой (дрейфовый канал) *n*-типа проводимости с высоким поверхностным сопротивлением. Сопротивление этого слоя используется в качестве гасящего лавину сопротивления. Дрейфовый канал может быть слабо легирован донорными примесями для предотвращения зарядки окисла. После окончания лавинного процесса пиксель заряжается через этот канал проводимости. Преимущество данного типа МЛФД заключается в том, что он может быть полностью изготовлен на базе стандартной КМОП-технологии. МЛФД, изготовленный на основе такой технологии, имеет достаточно низкий темновой ток и высокое амплитудное разрешение (см. рис. 4.11, *б*).



Рис. 4.11. Сечение МЛФД с дрейфовым каналом (*a*) [25] и амплитудное распределение его выходных сигналов (*б*) [27]: $1 - n^+$ -Si-слой (пиксель); $2 - p^+$ -Si-слой (лавинная область); 3 -дрейфовый канал; 4 -сток из n^{++} -Si



Рис. 4.12. Сечения поверхностно-пиксельных МЛФД с объемным сопротивлением гашения лавины: *a*) из работы [28]; *б*) из работы [29]

Третий тип МЛФД (рис. 4.12) характеризуется тем, что в нем гасящее лавину сопротивление расположено в объеме полупроводника. В данном случае используется сопротивление слаболегированной кремниевой подложки или слаболегированного эпитаксиального слоя, выращенного на поверхности высоколегированной кремниевой подложки. Преимущество этой конструкции в том, что она не имеет металлических шин и микрорезисторов, расположенных между пикселями, и поэтому такой тип МЛФД имеет высокий геометрический фактор заполнения. Пиксели (*p*-*n*-переходы) такого МЛФД формируют на поверхности слаболегированного слоя путем ионного легирования [28, 29]. Лавинный фотодетектор имеет достаточно хорошие параметры: коэффициент усиления $\sim 10^5$, плотность пикселей до 10^4 пикс./мм² и эффективность детектирования фотонов в максимуме от 25 до 35% в зависимости от плотности пикселей [30, 31]. Однако прибор обладает узкой спектральной областью чувствительности из-за малой толщины (около 1 мкм) области поглощения света.

Конструкция четвертого типа МЛФД отличается от предыдущих лавинных фотодетекторов тем, что имеет глубоко встроенные пиксели (рис. 4.13). МЛФД с глубоко встроенными пикселями содержит кремниевую подложку n-типа проводимости, на поверхности которой выращены два эпитаксиальных слоя p-типа проводимости. Между ними сформирована матрица высоколегированных областей (пикселей) n^+ -типа проводимости диаметром 2–10 мкм и с шагом 2–5 мкм [32, 33]. Преимущества данного детектора в том, что в нем можно достичь широкой области спектральной чувствительности и значительно большей плотности пикселей по сравнению с другими типами МЛФД [34, 35]. В данном МЛФД функцию гасящего индивидуального резистора выполняет потенциальная яма (емкость) глубиной около 0,7 эВ. Эта яма образуется благодаря n^+ -областям, окруженным эпитаксиальными слоями p-типа проводимости.



Рис. 4.13. Сечение МЛФД с глубоко встроенными пикселями (*a*) и его эквивалентная схема (б)

В рабочем режиме к МЛФД прикладывается отрицательное напряжение относительно подложки. Обеднение прибора начинается с первого *p*-*n*-перехода, расположенного на границе подложки с первым эпитаксиальным слоем. При определенной величине напряжения обедненная область достигает матрицы n^+ -областей и частично открывает имеющийся там второй *p*-*n*-переход. С этого момента начинает обедняться только третий *p*-*n*-переход, расположенный на границе n⁺-областей со вторым эпитаксиальным слоем. Дальнейшее увеличение напряжения приводит к полному обеднению второго эпитаксиального слоя. В результате этого в обедненной области МЛФД образуется матрица потенциальных ям из n^+ -областей, причем над каждой из этих областей формируется полусферическое электрическое поле, обеспечивающее сбор фотоэлектронов со всей чувствительной поверхности прибора. Таким образом, поверхность прибора разделена на фоточувствительные области с индивидуальными пикселями (или микроканалами умножения), полностью независимыми друг от друга.

Как показано выше, лавинное умножение носителей заряда в микроканалах происходит в приграничной области второго (верхнего) эпитаксиального слоя с n^+ -областями, где создается высокая напряженность электрического поля. Умноженные электроны накапливаются в потенциальных ямах, образованных n^+ -областями, что приводит к уменьшению электрического поля во втором (верхнем) эпитаксиальном слое ниже некоторого порогового значения, в результате чего лавинный процесс в данном канале прекращается. Восстановление прежнего поля в микроканале умножения происходит за счет стекания (утечки) накопленного заряда из $p-n^+-p$ -областей (потенциальных ям) в объем подложки через прямо смещенный n^+-p -переход, образованный между n^+ -областью и первым эпитаксиальным слоем p-типа проводимости.

В настоящее время МЛФД с глубоко встроенными пикселями имеет максимальную плотность пикселей и максимальную эффективность детектирования фотонов [35]. Однако лавинный фотодетектор имеет большее время восстановления параметров по сравнению с другими аналогами. Это связано с малой утечкой заряда, накопленного в $p-n^+-p$ -областях (потенциальных ямах), в объем полупроводниковой подложки. Несмотря на это МЛФД с глубоко встроенными пикселями с успехом может применяться в медицинских томографах и в других устройствах, где загрузка регистрируемых событий не превышает 10^4 событий/(с · канал).

В работе [36] предложена новая конструкция МЛФД с глубоко встроенными пикселями, где устранен вышеупомянутый недостаток, связанный со временем восстановления параметров прибора. Конструкция нового МЛФД с глубоко встроенными пикселями содержит кремниевую подложку *n*-типа проводимости, на поверхности которой выращены сначала эпитаксиальный слой *n*-типа проводимости, а затем эпитаксиальный слой *p*-типа проводимости. Между эпитаксиальными слоями сформирована матрица высоколегированных областей (пикселей) *n*⁺-типа проводимости диаметром 3–30 мкм и с интервалом 2–5 мкм.

В рабочем режиме к МЛФД прикладывается отрицательное напряжение относительно подложки. Обедненная область в этом случае начинается с первого p-n-перехода, расположенного на границе матрицы высоколегированных областей (пикселей) n^+ -типа проводимости со вторым эпитаксиальным слоем p-типа проводимости (рис. 4.14). Обедненная область между n^+ -пикселями также проникает в объем эпитаксиального слоя n-типа проводимости. Толщину и удельное сопротивление эпитаксиального слоя n-типа проводимости выбирают так,



Рис. 4.14. Сечение нового МЛФД с объемным сопротивлением гашения лавины (*a*) и его эквивалентная схема (*б*)

чтобы область n-типа проводимости, расположенная непосредственно под n^+ -пикселями, оставалась необедненной. Сопротивление этой необедненной части эпитаксиального слоя n-типа проводимости обеспечивает гашение лавинного процесса в n^+ -пикселях.

Микропиксельные лавинные фотодиоды имеют большие перспективы применения в ядерно-физических, медицинских и бытовых устройствах. Однако так называемые эффекты послеимпульсов (по-английски after pulsing effect) и оптические перекрестные наводки (по-английски optical crosstalk) между пикселями, проявляемые при больших коэффициентах ($\approx 10^6$) лавинного усиления сигнала, существенно ограничивают широкое применение МЛФД [37–40]. Еще одним недостатком вышеперечисленных конструкций МЛФД является его большая удельная емкость (~ 50 пФ/мм²) и связанное с ней недостаточное быстродействие при большой чувствительной площади.

Появление послеимпульсов связано с захватом некоторой части носителей заряда на мелких ловушках (энергетических уровнях в запрещенной зоне полупроводника) в лавинной области и последующим высвобождением. Эти носители заряда имеют возможность усиливаться в лавинной области прибора. По этой причине после первичного сигнального импульса наблюдаются «ложные» импульсы, называемые послеимпульсами [40, 41].

Оптические перекрестные наводки связаны с рекомбинацией горячих носителей заряда с испусканием фотонов в видимой и инфракрасной областях спектра. Выпущенные фотоны в одном пикселе попадают в соседние пиксели и запускают там лавинный процесс, в результате чего ухудшается амплитудное разрешение детектора. Результаты теоретических и экспериментальных исследований показывают, что вероятность испускания оптического фотона одним горячим носителем заряда составляет около 10⁻⁵ [42–44].

В работах [45–47] предложен новый способ предотвращения вышеупомянутых недостатков МЛФД. В основе метода лежит идея уменьшения лавинного усиления сигнала в пикселях, например до 10^5 , при котором оптическая перекрестная наводка и послеимпульсы практически отсутствуют. Затем предлагается использовать индивидуальный усилительный элемент с коэффициентом усиления ~ 10 для получения достаточно высокого усиления (~ 10^6). В качестве индивидуального усилителя можно использовать, например, биполярный микротранзистор, база которого соединена с пикселем. Микротранзистор, например типа n-p-n, может быть сформирован непосредственно на небольшой части площади пикселя p-типа проводимости, изготовленного на подложке n-типа проводимости.

Конструкция разработанного фотоприемника представляет собой микропиксельный лавинный фототранзистор — МЛФТ (рис. 4.15). Он содержит матрицу микропикселей с индивидуальными гасящими рези-



Рис. 4.15. Микропиксельный лавинный фототранзистор: a) вид с лицевой стороны; b) сечение; b) эквивалентная электрическая схема. 1 - n - p - n-микротранзистор; 2 - bбалластный резистор микротранзистора; 3 - bмикропиксель p-типа проводимости; 4 - cгасящий лавину резистор микропикселя; 5 - b область микропикселя с повышенной концентрацией примесей, где осуществляется лавинный процесс; b - dиэлектрический слой; 7 - bыход электрического сигнала от микротранзисторов; 8 - bыход электрического сигнала непосредственно от микропикселей

сторами и матрицу микротранзисторов с индивидуальными балластными резисторами. Все микропиксели присоединены с помощью индивидуальных гасящих резисторов к одной металлической шине и имеют обычный выход, как в известном МЛФД (или SiPM), тогда как все микротранзисторы присоединены через индивидуальные балластные резисторы к другой металлической шине и имеют отдельный выход съема сигнала. Область транзисторного усиления отделена от области лавинного усиления с целью предотвращения положительной обратной связи. Дело в том, что при попадании инжектированных из эмиттера электронов в лавинную область происходит их лавинное усиление с созданием дырок, которые собираются у эмиттера, вызывая новую инжекцию электронов. Этот процесс приводит к генерации синусоидальных колебаний, не связанных с детектированием световых сигналов.

Принцип работы МЛФТ основывается на специфике работы пикселя МЛФД в режиме перенапряжения (в режиме Гейгера). Лавинный процесс, запущенный единичным фотоэлектроном в пикселе, вызывает там падение напряжения. Микротранзистор открывается в тот момент времени t_1 , когда лавинный процесс успевает разрядить пиксель на величину 0,8 В, и в результате этого через электрическую цепь микротранзистора течет большой ток, ограниченный только его балластным резистором. Наличие индивидуального резистора приводит к гашению лавинного процесса в пикселе. Микротранзистор закрывается в момент t_2 , когда достигается условие $U_d - U_p(t_2) \leq 0.8$ В за счет зарядки пикселя, где U_d — приложенное к диоду напряжение, U_p — текущее напряжение пикселя.



Рис. 4.16. Зависимость одноэлектронных фототоков (*a*) и потенциала пикселя (*б*) МЛФТ от времени [46]

На рис. 4.16 приведены результаты расчета работы единичного пикселя МЛФД, имеющего следующие параметры: приложенное к диоду напряжение $U_d = 61$ В, напряжение пробоя пикселя $U_b = 60$ В, емкость пикселя $C_p = 50$ фФ, гасящий лавину резистор $R_q = 100$ кОм, балластный резистор микротранзистора $R_{\rm tr} = 20$ кОм, напряжения включения и выключения (напряжение эмиттер-база) микротранзистора $U_{\rm eb} \approx 0.8$ В [46]. Видно, что фототок J_p в цепи пикселя опережает ток $J_{\rm tr}$ в цепи микротранзистора, поскольку начало и окончание последнего определяются потенциалом на пикселе (т.е. потенциалом на базе). Кроме того, скорость нарастания переднего фронта тока и его амплитуда значительно превосходят соответствующие параметры сигнала, снимаемого с пикселя, что свидетельствует о возможности значительного улучшения времяпролетных характеристик детектора.

Максимальные величины тока J_p в цепи пикселя, тока $J_{\rm tr}$ в цепи микротранзистора и коэффициента усиления микротранзистора $G_{\rm tr}$ можно определять, используя выражения

$$J_p(\max) = \frac{\Delta U_{dp(\max)}}{R_q},$$

$$J_{tr}(\max) = \frac{\Delta U_{dp(\max)} - 0.8}{R_{tr}},$$

$$G_{tr} = \frac{J_{tr}(\max)}{J_p(\max)},$$
(4.3)

где $U_{dp}(\max) = [U_d - U_p(\min)]$ — наибольшее изменение потенциала (разрядки) сразу после гашения лавинного процесса в пикселе, U_d — внешнее напряжение, приложенное к МЛФТ, $U_p(\min)$ — наименьшая величина потенциала на пикселе. В примере, представленном на рис. 4.16, где перенапряжение $U_{ov} = U_d - U_b = 1$ В, имеем $G_{tr} \approx 3$. Путем увеличения U_{ov} и отношения R_q/R_{tr} можно достичь необходимого коэффициента усиления микротранзистора.

Наряду с высокой скоростью нарастания переднего фронта тока и повышенной амплитудой сигнала МЛФТ имеет существенно меньшую

удельную емкость по сравнению с известными аналогами. Это объясняется тем, что общая площадь микротранзисторов и соответствующей металлической шины в 20–50 раз меньше, чем общая площадь пикселей в зависимости от размеров пикселей в МЛФТ.

4.3. Основные параметры и методы их измерения

Любой МЛФД характеризуется в основном такими параметрами, как величины напряжения пробоя и эффективности регистрации фотонов, а также степени влияния оптической перекрестной наводки и послеимпульсов на амплитудное разрешение сигнала. Ниже приводятся физические сущности этих параметров и способы их измерения.

4.3.1. Напряжение пробоя. Напряжением пробоя называется величина минимального напряжения U_{pn} , приложенного непосредственно к выводам p-n-перехода фотодиода, при которой полный ток J_t во внешней цепи стремится к бесконечности в условиях постоянной величины инициирующего лавину генерационного тока ($J_g = \text{const}$). При $U_{pn} = U_b$ единичный импульсный генерационный ток, созданный в том числе световым импульсом, с конечной амплитудой и длительностью не вызывает бесконечный рост тока, а приводит к протеканию в цепи диода постоянного лавинного тока конечной величины. Если $U_{pn} > U_b$, то любой импульсный или постоянный генерационный ток может приводить к бесконечному росту лавинного тока. Конечно, в реальных условиях лавинный ток ограничивается последовательным сопротивлением, имеющимся в электрической цепи фотодиода.

Методика определения напряжения пробоя традиционного лавинного фотодиода, работающего ниже пробойного напряжения, приведена в разд. 2.6. Она основывается на использовании известной эмпирической формулы Миллера [48, 49]

$$M(U) = \frac{1}{1 - \left(\frac{U_{pn}}{U_{br}}\right)^m},\tag{4.4}$$

где U_{pn} — приложенное непосредственно к p-n-переходу фотодиода напряжение; m — параметр Миллера, зависящий от типа полупроводника и от распределения электрического поля в лавинной области. Хотя формулу Миллера часто называют эмпирической, но, как показано в разд. 2.7, она является упрощенным выражением точной формулы коэффициента усиления лавинного процесса (см. выражения (2.84) и (2.85)). Это означает, что формула Миллера имеет достаточное физическое обоснование и может быть использована для оценки напряжения пробоя лавинных фотодиодов [50].

Наиболее простые и доступные методы определения напряжения пробоя МЛФД основываются на использовании его стационарной вольт-амперной характеристики (ВАХ) [40, 51, 52]. В этом случае напряжение пробоя определяется путем нахождения экстремума кривых логарифмической производной полного тока $J_t[\partial(\ln J_t)/\partial U_d]$, обратной логарифмической производной $\{1/[\partial(\ln J_t)/\partial U_d]\}$ либо двойной логарифмической производной $[\partial^2(\ln J_t)/\partial (U_d)^2]$. Фактически определяется положение точки перегиба кривой логарифмической вольт-амперной характеристики, и напряжение, соответствующее этой точке перегиба, принимается в качестве напряжения пробоя. К сожалению, авторы не приводят физического обоснования применимости этих методов. Как показывают эксперименты, величины U_b , определяемые вышеупомянутыми методами, отличаются друг от друга приблизительно на 0,3 В [52]. Ниже будут рассмотрены основные причины этого отличия.

Физический механизм усиления тока в лавинных фотодиодах таков, что их стационарная логарифмическая ВАХ $(\ln J_t \sim U_d)$ имеет точку перегиба в области резкого роста лавинного тока. Это вызвано уменьшением скорости роста лавинного тока $(\partial J_t / \partial U_d)$ из-за падения значительной доли напряжения на последовательно включенном сопротивлении [53, 54]. После области резкого роста лавинного тока его величина существенно зависит от величин последовательно включенного сопротивления и генерационного тока, инициирующего лавинный процесс. При этом величина напряжения, падающего непосредственно на диоде, не может достигать напряжения пробоя U_b при любой большой величине U_d. В этих условиях напряжение, соответствующее этой точке перегиба, монотонно уменьшается при увеличении последовательно включенного сопротивления, сопротивления подвижного объемного заряда и генерационного тока, инициирующего лавину. Таким образом, напряжение, соответствующее точке перегиба стационарной логарифмической BAX, может быть близко к напряжению пробоя, но не равно ему. Этим объясняется разброс величин напряжения пробоя, определяемых разными методами.

Известно, что ВАХ лавинного плоскопараллельного фотодиода при постоянной величине инициирующего лавину генерационного тока, описывается выражением [49]

$$J = i_g M = i_g \frac{1}{1 - I_{\text{int}}},$$

$$I_{\text{int}} = \int_{0}^{W} \alpha_n \exp\left[-\int_{x}^{W} (\alpha_n - \alpha_p) \partial x'\right] \partial x,$$
(4.5)

где $I_{\rm int}$ — интеграл ионизации; i_g — инициирующий лавину постоянный генерационный ток; M — коэффициент умножения лавинного процесса; W — толщина обедненного слоя фотодиода; x — текущая координата в обедненном слое фотодиода; α_n и α_p — коэффициенты ионизации для электронов и дырок соответственно. Зависимость величин α_n и α_p от напряженности поля в обедненном слое фотодиода описывают выражениями [55, с. 267]

$$\alpha_n(E) = 3.8 \cdot 10^6 \exp\left(-\frac{1.75 \cdot 10^6}{E(x)}\right),\tag{4.6}$$

$$\alpha_p(E) = 2,25 \cdot 10^7 \exp\left(-\frac{3,26 \cdot 10^6}{E(x)}\right),\tag{4.7}$$

где E(x) — напряженность поля в обедненном слое фотодиода, измеряемая в единицах В/см; U_{pn} — напряжение, падающее непосредственно на фотодиоде.

Для обоснования методов измерения напряжения пробоя рассмотрим лавинный процесс в единичном пикселе МЛФД. Пусть единичный пиксель имеет $p^+ - i - n^+$ -структуру, в электрической цепи которой содержатся сопротивление R_L и источник напряжения U_d . В этом случае напряженность поля не зависит от координаты x в лавинной области пикселя, и поэтому имеем следующие выражения для расчета ВАХ единичного пикселя:

$$J = \frac{i_g}{1 - I_{\text{int}}},$$

$$I_{\text{int}} = \frac{\alpha_n}{\alpha_n - \alpha_p} (1 - \exp(\alpha_p - \alpha_n)W),$$

$$\alpha_n = 3.8 \cdot 10^6 \exp\left(-\frac{W(1.75 \cdot 10^6)}{E}\right),$$

$$\alpha_p = 2.25 \cdot 10^7 \cdot \exp\left(-\frac{W(3.26 \cdot 10^6)}{E}\right),$$
(4.8)

где $E(x) = (U_d - JR_L)/W$ — напряженность поля в *i*-слое (в лавинной области пикселя).

Наиболее точную величину напряжения пробоя можно получить, решив уравнение $I_{\rm int} = 1$ при условии $R_L = 0$. Например, численное решение этого уравнения с точностью 10^{-6} при W = 1,5 мкм позволяет получить величину $U_b = 49,8672$ В. Это соответствует величинам $I_{\rm int} = 0,999999$ и $M = 10^6$. Здесь величина U_b практически совпадает с напряжением точки перегиба зависимости $\ln (J) \sim U_d$. Однако, как показано на рис. 4.17, величины напряжения пробоя, определяемые из линейной аппроксимации ВАХ, а также из логарифмической производной лавинного тока, заметно меньше, чем вышеупомянутое



Рис. 4.17. Результаты численного расчета лавинного тока и логарифмической производной этого тока в зависимости от приложенного напряжения. Расчеты проводились при следующих параметрах: $i_g = 1$ нА, $R_L = 50$ кОм (кривые на рис. *a* и *b*); $i_g = 1$ нА, $R_L = 50$ кОм (кривые на рис. *b* и *c*); $i_g = 10$ нА, $R_L = 50$ кОм (кривые на рис. *b* и *c*); i_g

значение U_b . Чем больше генерационный ток i_g и сопротивление R_L , тем меньше величины напряжения пробоя, определяемые этими двумя методами. Этот результат не может считаться подтверждением зависимости напряжения пробоя от величин генерационного тока i_g и сопротивления R_L , поскольку напряжение пробоя определяется только величиной напряженности поля в лавинной области, обеспечиваемой напряжением U_{pn} , падающим непосредственно на омических контактах пикселя. Вышеупомянутые изменения положения точки перегиба кривой ВАХ в зависимости от величин i_g и R_L . Фактически этот эффект определяет точность измерения напряжения пробоя. Чем меньше величины i_g и R_L , тем точнее можно определять напряжение пробоя пикселя, используя его стационарный ВАХ.

В работе [56] предложен физически обоснованный метод определения напряжения пробоя МЛФД. Он опирается на линейную аппроксимацию зависимости вероятности запуска (триггерования) бесконечного лавинного процесса (или эффективности детектирования фотона $P_{\rm de}$) в зависимости от величины перенапряжения, хотя эта зависимость является достаточно нелинейной [57]. Поэтому приходится использовать довольно узкую область (0–2 В) перенапряжения с целью получения необходимой точности измерения напряжения пробоя. Кроме того, образцы МЛФД должны иметь достаточно хорошее одноэлектронное разрешение.

В работах [20, 58, 59] предложен метод, основанный на эмпирически обнаруженной линейной зависимости коэффициента усиления единичного фотоэлектрона M_e (или заряда Q_e одноэлектронного пика амплитудного распределения) от перенапряжения. Точка пересечения линейной аппроксимации величины M_e (или Q_e) с осью U_d принимается в качестве напряжения пробоя U_b . Физическое обоснование этого метода приведено в гл. 5, где на основе моделирования лавинного процесса получена следующая формула:

$$Q_e = qM_e = mC_{\rm tot}\Delta U_{\rm ov},\tag{4.9}$$

где q — заряд электрона; $\Delta U_{\rm ov} = U_d - U_b$ — перенапряжение; $C_{\rm tot} = C_p + C_q$, C_p — емкость пикселя, C_q — паразитная емкость, шунтирующая гасящее лавину индивидуальное сопротивление R_p пикселя; m — числовой параметр, зависящий от конструкции пикселей МЛФД. Величина этого параметра может меняться от единицы до двух в зависимости от сопротивления R_s объемного заряда пикселя [60, 61].

4.3.2. Эффективность регистрации фотонов. Квантовая эффективность фотодетектора или эффективность регистрации фотонов $P_{\rm de}$ (по-английски Photon Detection Efficiency — PDE) определяется как доля детектированных фотонов в световом импульсе, падающих на поверхность МЛФД, и выражается следующей формулой [20, 58, 62]:

$$P_{\rm de} = \frac{\mu_{\rm d.ph}}{\mu_{\rm ph}} 100 \,\%,\tag{4.10}$$

где $\mu_{\rm ph}$ — среднее количество фотонов в импульсе, падающих на поверхность МЛФД; $\mu_{\rm d.ph} = \mu_{\rm ph.e}\eta$ — среднее количество детектированных фотоэлектронов; $\mu_{\rm ph.e} = \mu_{\rm ph}\varepsilon$ — среднее количество фотоэлектронов; $\varepsilon = F_{\rm ge}\varepsilon_p$ — квантовый выход, усредненный по всей площади МЛФД; ε_p — квантовый выход единичного пикселя МЛФД; η вероятность запуска (триггерования) фотоэлектроном бесконечного лавинного процесса в пикселе при отсутствии индивидуального сопротивления гашения R_p ; $F_{\rm ge}$ — геометрический фактор, определяемый как отношение суммы площадей всех пикселей (т.е. фоточувствительной площади МЛФД) к общей площади МЛФД.

Как видно из формулы (4.10), для определения $P_{\rm de}$ требуется измерить величины $\mu_{\rm d.ph}$ и $\mu_{\rm ph}$. Для этого МЛФД освещают импульсным светом, содержащим несколько фотонов. Известно, что вероятность обнаружения k фотонов при их средней величине $\mu_{\rm ph}$ в импульсе достаточно хорошо описывается распределением Пуассона

$$P_k = \frac{\mu_{\rm ph}^k}{k!} \,\mathrm{e}^{-\mu_{\rm ph}}.$$
 (4.11)

В дальнейшем эти фотоны количеством k в импульсе поглощаются в фоточувствительной области пикселей МЛФД и создают там фотоэлектроны. Этот процесс является бинарным. Поэтому вероятность обнаружения n фотоэлектронов в МЛФД при поглощении в нем kфотонов в импульсе хорошо описывается следующим биномиальным распределением:

$$P_{kn} = \frac{k!}{(k-n)! \cdot n!} \varepsilon^n (1-\varepsilon)^{k-n}.$$
(4.12)

Производя математическую свертку выражений (4.11) и (4.12), можно получить следующее распределение Пуассона, описывающее полную вероятность обнаружения n фотоэлектронов в МЛФД при поглощении в нем в среднем $\mu_{\rm ph}$ фотонов в импульсе:

$$P_n = \sum_{k=0}^{\infty} P_k P_{kn} = \frac{\mu_{\text{ph.}e}^n}{n!} e^{-\mu_{\text{ph.}e}}, \qquad (4.13)$$

где $\mu_{\rm ph.e} = \mu_{\rm ph} \varepsilon$ — среднее количество фотоэлектронов, образованных в МЛФД при освещении его световыми импульсами со средним количеством $\mu_{\rm ph}$ фотонов в импульсе. В свою очередь, эти фотоэлектроны количеством n в импульсе запускают лавинный процесс в условиях перенапряжения, в результате создают большое количество заряда в МЛФД, достаточное для регистрации события. Этот процесс также является бинарным. Поэтому вероятность осуществления r запусков лавинного процесса в МЛФД при появлении в нем n фотоэлектронов в импульсе можно описывать следующим биномиальным распределением:

$$P_{nr} = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!} \,\eta^r (1-\eta)^{n-r}. \tag{4.14}$$

где η — средняя вероятность запуска лавинного процесса единичным фотоэлектроном.

Производя математическую свертку выражений (4.13) и (4.14), можно получить следующее распределение Пуассона, описывающее полную вероятность обнаружения n фотоэлектронов в МЛФД при поглощении в нем в среднем $\mu_{\rm ph}$ фотонов в импульсе:

$$P_r = \sum_{n=0}^{\infty} P_n P_{nr} = \frac{\mu_{\rm d.ph}^r}{r!} e^{-\mu_{\rm d.ph}}, \qquad (4.15)$$

где $\mu_{\rm d.ph} = \mu_{\rm ph} \varepsilon \eta$ — среднее количество детектированных фотонов (или фотоэлектронов) при среднем количестве $\mu_{\rm ph}$ фотонов в импульсе.

Как отмечено выше, при известных значениях среднего количества детектированных фотонов $\mu_{\rm d.ph}$ и среднего количества фотонов в импульсе $\mu_{\rm ph}$ можно определить величину эффективности регистрации фотонов $P_{\rm de}$, используя формулу (4.10). Величину $\mu_{\rm ph}$ обычно

определяют с помощью известного фотоприемника, например ФЭУ с известной эффективностью регистрации фотонов. С этой целью можно использовать также обычный кремниевый фотодиод с известной квантовой эффективностью на длине волны излучения используемого источника света (лазера или светодиода). Например, в случае использования фотодиода величину $\mu_{\rm ph}$ можно определить на основе следующего выражения:

$$\mu_{\rm ph} = \frac{I_{\rm ph}}{q f_{\rm ph} k_a \varepsilon_d},\tag{4.16}$$

где q— заряд электрона; $I_{\rm ph}$ — средняя величина фототока в электрической цепи фотодиода; ε_d — квантовый выход фотодиода; $f_{\rm ph}$ — частота повторения светового импульса; k_a — коэффициент ослабления аттенюатора светового импульса. Для корректного измерения $P_{\rm de}$ величину $\mu_{\rm ph}$ выбирают в интервале 3–5 фотонов/имп.

Среднее количество детектированных фотонов ($\mu_{d.ph}$) определяют путем анализа амплитудного распределения фотосигналов МЛФД, полученного с помощью зарядового аналого-цифрового конвертера (поанглийски analog-digital converter — ADC). При этом с целью уменьшения влияния темновых носителей заряда на характер этого распределения длительность времени стробирования фотоэлектронных импульсов выбирают значительно меньшей, чем средний период (или обратная величина средней частоты) темнового счета, другими словами, обеспечивают выполнение условия

$$\Delta t_{\rm str} \ll \Delta t_n = \frac{1}{f_{\rm dark}},\tag{4.17}$$

где $\Delta t_{\rm str}$ — длительность времени стробирования фотоэлектронных импульсов; Δt_n — период повторения темнового счета; $f_{\rm dark}$ — средняя частота темнового счета. Затем импульсы фототока от МЛФД подают на ADC, где они преобразуются в заряд, протекший за время длительности импульса. Данные ADC анализируются компьютером и представляются в виде гистограммы номер канала (заряд) – число событий, попавших в канал (рис. 4.18). Каждый канал ADC соответствует определенному заряду. Амплитуда регистрированных событий (фотосигналов) отсчитывается от величины канала пьедестала, в котором амплитуда сигнала считается равной нулю. События, не вызывающие лавинный процесс в МЛФД, считаются не зарегистрированными, и поэтому они попадают в пьедестал ADC. Вероятность того, что не зарегистрировано событие (фотоэлектрон), выражается как

$$P_0 = \frac{\mu^0}{0!} e^{-\mu_{\rm d.ph}} = e^{-\mu_{\rm d.ph}}.$$
(4.18)



Рис. 4.18. Типичное амплитудное распределение выходных импульсов МЛФД при регистрации слабых световых импульсов [22]

С другой стороны, *P*₀ можно определить, используя, например, данные, представленные на рис. 4.18,

$$P_0 = N_{\rm ped} / N_{\rm tot},\tag{4.19}$$

где $N_{\rm ped}$ — число событий в пьедестале (сумма всех событий, находящихся в каналах от $N_{\rm min}$ до $N_{0,5}$); $N_{\rm tot}$ — общее количество событий, т.е. сумма всех событий, находящихся в каналах от $N_{\rm min}$ до $N_{\rm max}$). Величина $N_{\rm tot}$ также равна общему количеству запусков импульсного источника света (светодиода или лазера), проводимых за время, например, Δt_m .

Таким образом, используя выражения (4.10), (4.18) и (4.19), получаем следующую формулу для определения эффективности регистрации фотонов МЛФД:

$$P_{\rm de} = \frac{\mu_{\rm d.ph}}{\mu_{\rm ph}} = \frac{\ln \left(N_{\rm tot}/N_{\rm ped}\right)}{\mu_{\rm ph}} 100\%.$$
(4.20)

Нужно отметить, что использование выражения (4.20) при высокой частоте генерации темновых носителей заряда в МЛФД может приводить к завышенным величинам $P_{\rm de}$. Дело в том, что импульсы лавинного тока, вызванные темновыми носителями заряда, случайно попадают в окно стробирования ($\Delta t_{\rm str}$) фотосигнала, и в результате этого количество событий в пьедестале ($N_{\rm ped}$) фиктивно уменьшается. Экспериментально можно определить количество $N_{\rm dark}$ темновых импульсов лавинного тока, оказавшихся в окне стробирования фотосигнала. Для этого нужно повторить процедуру набора событий в течение времени Δt_m при выключенном источнике света. Отметим, что темновые импульсы с общим количеством $N_{\rm dark}$ состоят из двух групп: к первой группе относятся темновые импульсы, которые оказались в окне стробирования совместно с импульсом лавинного тока, вызванным фотоэлектроном, а ко второй группе относятся темновые импульсы, которые оказались в окне стробирования без наличия импульса лавинного тока, вызванного фотоэлектроном. Естественно, первая группа темновых импульсов не вызывает изменения количества событий, попавших в пьедестал. Уменьшение количества пьедестальных событий может вызвать только вторая группа темновых импульсов, поскольку они воспринимаются аппаратурой (ADC) как зарегистрированные события. В этом случае количество нулевых (пьедестальных) событий определяется вероятностью одновременного отсутствия в окне стробирования сигналов как от темновых носителей заряда, так и от фотонов. Поскольку процессы детектирования сигнала, вызванные фотонами или темновыми носителями заряда, являются независимыми, то вероятность их одновременного отсутствия в окне стробирования $(P_{0(ph+dark)})$ описывается выражением

$$P_{0(\rm ph+dark)} = P_{0\rm ph} P_{0\rm dark} = (e^{-\mu_{\rm d.ph}})(e^{-\mu_{\rm d.dark}}), \qquad (4.21)$$

где $P_{\rm 0ph}$ — вероятность нулевых событий при регистрации только фотонов; $\mu_{\rm d.ph}$ — среднее число детектированных фотонов; $P_{\rm 0dark}$ — вероятность нулевых событий при регистрации только темновых носителей заряда; $\mu_{\rm d.dark} = -\ln{(N_{\rm ped.dark}/N_{\rm tot.dark})}$ — среднее число детектированных темновых носителей заряда, $N_{\rm ped.dark}$ — число нулевых событий при регистрации только темновых носителей заряда, $N_{\rm tot.dark}$ — общее количество запусков строб-импульсов при отключенном источнике световых импульсов. С другой стороны, общую вероятность нулевых (пьедестальных) событий $P_{\rm 0(ph+dark)}$ можно определить, используя следующее выражение:

$$P_{0(\rm ph+dark)} = N_{\rm ped(\rm ph+dark)} / N_{\rm tot(\rm ph+dark)}, \qquad (4.22)$$

где $N_{\rm ped(ph+dark)}$ — количество нулевых событий в пьедестале при совместной регистрации фотонов и темновых носителей заряда. Здесь $N_{\rm tot(ph+dark)} = N_{\rm tot.dark} = N_{\rm tot}$ — общее количество запусков импульсного источника света за время измерения Δt_m . Используя выражения (4.21) и (4.22), можно получить следующую формулу для расчета средней величины детектированных фотонов в импульсе с учетом влияния темновых импульсов [63, 64]:

$$\mu_{\rm d.ph} = -\ln\left(\frac{N_{\rm ped(ph+dark)}}{N_{\rm ped.dark}}\right),\tag{4.23}$$

которая позволяет определить величину эффективности детектирования фотонов МЛФД с использованием выражения (4.10).

4.3.3. Оптическая перекрестная наводка и послеимпульсы. Известно, что лавинный процесс в кремниевых *p*-*n*-переходах сопровождается излучением в видимой и инфракрасной областях спектра [65–67]. Установлено, что каждый носитель заряда, участвующий

в лавинном процессе, может инициировать создание вторичных фотонов с длиной волны в интервале 500–1600 нм с вероятностью $(1-3) \cdot 10^{-5}$. Считается, что процесс создания вторичных фотонов связан с тормозным излучением, а также с оптической зона-зонной рекомбинацией горячих носителей в лавинной области полупроводника [37, 38, 44, 67]. Эти фотоны проникают в соседние пиксели $MЛ\PhiД$ и создают там вторичные лавинные процессы. Этот процесс называют оптической перекрестной наводкой (по-английски optical cross-talk).

Благодаря высокой скорости света временная задержка между лавинными процессами, вызванными первичными и вторичными фотонами, не превышает нескольких наносекунд, что значительно меньше характерной длительности первичного фотосигнала. При этом оба сигнала полностью суммируются и регистрирующая аппаратура воспринимает это как сигнал от двух фотоэлектронов. Это означает, что перекрестная оптическая наводка может фиктивно увеличить среднее число регистрированных фотонов в импульсе, но не может увеличить число регистрированных событий (импульсов). Поэтому вероятность наблюдения перекрестной оптической наводки определяют, используя следующее выражение [63, 70]:

$$P_{\rm cr.t} = \frac{K_{1,5}}{K_{0,5}},\tag{4.24}$$

где $K_{0,5}$ — сумма событий, собранных в каналах от $N_{0,5}$ до N_{\max} ; $K_{1,5}$ — сумма событий, собранных в каналах от $N_{1,5}$ до N_{\max} (см., например, рис. 4.18).

Другим нежелательным процессом, наблюдаемым во всех лавинных фотоприемниках, является появление вторичных импульсов тока, следующих за первичным фотосигналом. Такие импульсы называют послеимпульсами. Считается, что небольшая часть носителей заряда во время первичного лавинного процесса в пикселе захватывается мелкими ловушками, расположенными в запрошенной зоне полупроводника. После некоторой задержки захваченные носители заряда освобождаются от мелких ловушек и инициируют вторичный лавинный процесс в этом же пикселе. Поскольку процесс освобождения носителей заряда имеет статистический характер, время задержки послеимпульсов относительно первичного импульса может длиться от нескольких наносекунд до нескольких микросекунд [63, 64, 69, 70].

Амплитуда (или заряд) послеимпульса определяется соотношением между временем задержки и характерным временем восстановления (или перезарядки) пикселя. Чем меньше время задержки по отношению к времени восстановления пикселя, тем меньше амплитуда послеимпульса. Если время задержки больше, чем время восстановления пикселя, то амплитуда послеимпульсов достигает амплитуды первичных сигналов, т.е. послеимпульсы не будут отличаться от первичных импульсов, инициированных фотоэлектроном.

Список литературы к главе 4

- Foss N. A., Ward S. A. Large-Area Metal-Oxide-Semiconductor Avalanche Photodiodes // J. Appl. Phys. 1973. V. 44, No. 2. P. 728–732; doi: 10.1063/1.1662252.
- Gol'braikh N.I., Plotnikov A. F., Shubin V.E. Pulse Avalanche Photodetector Based on a Metal-Insulator-Semiconductor Structure // Sov. J. Quant. Electron. 1975. V.5, No. 12. P. 1435; doi: 10.1070/QE1975v005n12ABEH012167.
- Kravchenko A. B., Plotnikov A. F., Popov Yu. M., Shubin V. E. Detection of Light with an MIS Structure Operating under Avalanche Multiplication Conditions // Sov. J. Quant. Electron. 1981. V. 11, No. 4. P. 473; doi: 10.1070/QE1981v011n04ABEH006850.
- Lou L. F., Tettemer G. L. An Experimental Study of a Metal-Oxide Semiconductor Photomultiplier // J. Appl. Phys. 1989. V. 66. P. 2678–2688; doi: 10.1063/1.344237.
- Bagdanov S., Kravchenko A., Plotnikov A., Shubin V. Model of Avalanche Multiplication in MIS Structures // Phys. Stat. Sol. A. 1986. V.93. P. 361–367; https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/pssa.2210930145.
- Садыгов З. Я. Физические процессы в лавинных фотоприемниках на основе структуры кремний – широкозонный слой. Автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук. М.: МИФИ, 1997; https://fizmathim.com/read/553265/a?#?page=1.
- Nicollian E. H., Berglund C. N. Avalanche Injection of Electrons into Insulating SiO₂ Using MOS Structures // J. Appl. Phys. 1970. V. 41, No. 7. P. 3052–3057; doi: 10.1063/1.1659364.
- Ng K. K., Taylor G. W. Effects of Hot-Carrier Trapping in n- and p-Channel MOSFET's // IEEE Trans. Electron. Dev. V. ED-30. 1983. V. 871; doi: 10.1109/T-ED.1983.21229.
- Ning T. H., Osburn C. M., Yu H. N. Effect of Electron Trapping on IGFET Characteristics // J. Electron. Mater. 1977. V.6, No.2. P.65–76; doi: 10.1007/BF02660375.
- Садыгов З. Я., Бурбаев Т. М., Курбатов В. А. Лавинный фотодиод со свойствами структуры металл-диэлектрик-полупроводник // ФТП. 2001. Т. 35, № 1. С. 115-119; http://journals.ioffe.ru/articles/viewPDF/38440.
- 11. Гасанов А.Г., Головин В.М., Садыгов З.Я., Юсипов Н.Ю. Лавинный фотоприемник на основе структур металл – резистивный слой – полупроводник // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14, № 8. С. 706–709; https://journals.ioffe.ru/articles/viewPDF/31222.
- 12. Садыгов З. Я., Жежер Т.В. Влияние растекания заряда вдоль поверхности полупроводника на характер коэффициента умножения

в структуре кремний–широкозонный слой // Письма в ЖТФ. 1997. T.23, № 8. C.72–76; https://journals.ioffe.ru/articles/viewPDF/33463; https://doi.org/10.1134/1.1261828.

- 13. Головин В. М., Садыгов З. Я., Тарасов М. Л. Лавинный фотоприемник. Патент России № 1644708. Заявка № 894646619 от 03.02.1989.
- Гасанов А. Г., Головин В. М., Садыгов З. Я., Юсипов Н. Ю. Лавинный фотоприемник. Патент России № 1702831. Заявка № 04747595 от 11.09.1989.
- Гасанов А. Г., Головин В. М., Садыгов З. Я., Юсипов Н. Ю. Влияние локальных неоднородностей в полупроводниковой подложке на характеристики лавинных фотоприемников // Письма в ЖТФ. 1990. Т. 16, № 1. С. 14–17; https://journals.ioffe.ru/articles/25162.
- Sadygov Z. Ya., Zheleznykh I. M., Malakhov N. A., Jejer V. N., Kirillova T. A. Avalanche Semiconductor Radiation Detectors // IEEE Trans. Nucl. Sci. 1996. V. 43, No. 3. P. 1009–1013; doi: 10.1109/23.510748.
- Sadygov Z. Ya., Gasanov A. G., Yusipov N. Y., Golovin V. M., Gulanian E. N., Vinokurov Y. S., Simonov A. V. Investigation of Possibility to Create the Multichannel Photodiode Based on the Avalanche MRS-Structure // Pros. Int. Conf., the International Society for Optical Engineering, Zvenigorod, Russia, April 2–6. SPIE, 1991. V. 1621. P. 158–164; doi: 10.1117/12.50424.
- Bacchettab R. Bisello D., Broz F., Catuozzo M., Gotra Y., Guschin E., Lacajta A., Malakhov N., Musienko Y., Nicolosi P., Paccagnella A., Pace E., Pantano D., Sadygov Z., Villoresi P., Zappa F. MRS Detectors with High Gain for Registration of Weak Visible and UV Light Fluxes // Nucl. Instr. Meth. A. 1997. V. 387, No. 1–2. P. 225–230; doi: 10.1016/S0168-9002(96)00995-3.
- Akindinov A. V., Martemianov A. N., Polozov P. A., Golovin V. M., Grigoriev E. A. New Results on MRS APDs // Nucl. Instr. Meth. A. 1997. V. 387, No. 1–2. P. 231–234; doi: 10.1016/S0168-9002(96)01201-6.
- Bondarenko S., Buzhan P., Dolgoshein B., Golovin V., Guschin E., Ilyin A., Kaplin V., Karakash A., Klanner R., Pokachalov V., Popova E., Smirnov K. Limited Geiger-Mode Microcell Silicon Photodiode: New Results // Nucl. Instr. Meth. A. 2000. V. 442, No. 1–3. P. 187–192; doi: 10.1016/S0168-9002(99)01219-X.
- Садыгов З.Я. Лавинный детектор. Патент России № 2102820 от 20.01.1998. Заявка № 96119669/25 от 10.10.1996; http://www1.fips.ru/fips_servl/fips_servlet?DB=RUPAT&DocNumber= 2102820&TypeFile=html.
- Sadygov Z., Olshevski A., Chirikov I., Zheleznykh I., Novikov A. Three Advanced Designs of Micro-Pixel Avalanche Photodiodes: Their Present Status, Maximum Possibilities and Limitations // Nucl. Instr. Meth. A. 2006. V. 567, No. 1. P. 70–73; doi: 10.1016/j.nima.2006.05.215.
- Renker D. Geiger-Mode Avalanche Photodiodes, History, Properties and Problems // Nucl. Instr. Meth. A. 2006. V. 567, No. 1. P. 48–56; doi: 10.1016/j.nima.2006.05.060.

- Dolgoshein B. // Conf. on Advanced Technology and Particle Physics, Como, Italy, Oct. 2001; http://www.slac.stanford.edu/pubs/icfa/fall01/paper3/paper3.pdf.
- Садыгов З. Я. Лавинный фотоприемник. Патент России № 2086047. Приоритет от 30.05.1996. Опубликовано 27.07.1997; http://www1.fips.ru/fips_servl/fips_servlet?DB=RUPAT&DocNumber= 2086047&TypeFile=html.
- Sadygov Z. Ya., Jejer V. N., Musienko Yu. V., Sereda T. V., Stoikov A. V., Zheleznykh I. M. Super-Sensitive Avalanche Silicon Photodiode with Surface Transfer of Charge Carriers // Nucl. Instr. Meth. A. 2003. V. 504, No. 1–3. P. 301–303; doi: 10.1016/S0168-9002(03)00783-6.
- Anfimov N., Chirikov-Zorin I., Krumshteyn Z., Leitner R., Olchevski A. Test of Micropixel Avalanche Photodiodes // Nucl. Instr. Meth. A. 2007. V. 572, No. 1. P. 413-415; doi: 10.1016/j.nima.2006.10.218.
- Ninkovic J., Andricek L., Liemann G., Lutz G., Moser H., Richter R., Schopper F. SiMPl – Novel High QE Photosensor // Nucl. Instr. Meth. A. 2009. V. 610, No. 1. P. 142–144; doi: 10.1016/j.nima.2009.05.182.
- Zhang G. Q., Hu X. B., Hu C. Z., Yin D. P., Liang K., Yang R., Han D. J. Demonstration of a Silicon Photomultiplier with Bulk Integrated Quenching Resistors on Epitaxial Silicon // Nucl. Instr. Meth. A. 2010. V.621, No. 1–3. P. 116–120; doi: 10.1016/j.nima.2010.04.040.
- Petrovics S., Andricek L., Diehl I., Hansen K., Jendrysik C., Krueger K., Lehmann R., Ninkovic J., Reckleben C., Richter R., Schaller G., Schopper F., Sefkow F. A Novel Silicon Photomultiplier with Bulk Integrated Quench Resistors: Utilization in Optical Detection and Tracking Applications for Particle Physics // Nucl. Instr. Meth. A. 2017. V.845. P. 150–153; doi: 10.1016/j.nima.2016.06.098.
- Zhao T., Preston R., Jiang J., Jia J., Liu Y., Liang K., Yang R., Han D. Progresses of Silicon Photomultiplier Technologies with Epitaxial Quenching Resistors // Nucl. Instr. Meth. A. 2018. V. 912. P. 252–254; doi: 10.1016/j.nima.2017.11.069.
- 32. Садыгов З.Я. Микроканальный лавинный фотодиод. Патент России № 2316848. Приоритет от 01.06.2006. Опубликовано 10.02.2008; http://www1.fips.ru/fips_servl/fips_servlet?DB=RUPAT&DocNumber= 2316848&TypeFile=html.
- Anfimov N., Chirikov-Zorin I., Dovlatov A., Gavrishchuk O., Guskov A., Khovanskiy N., Krumshtein Z., Leitner R., Meshcheryakov G., Nagaytsev A., Olchevski A., Rezinko T., Sadovskiy A., Sadygov Z., Savin I., Tchalyshev V., Tyapkin I., Yarygin G., Zerrouk F. Beam Test of Shashlyk. EM Calorimeter Prototypes Readout by Novel MAPD with Super High Linearity // Nucl. Instr. Meth. A. 2010. V.617, No.1-3. P.78-80; doi:10.1016/j.nima.2009.10.019.
- 34. Anfimov N., Chirikov-Zorin I., Dovlatov A., Gavrishchuk O., Guskov A., Khovanskiy N., Krumshtein Z., Leitner R., Meshcheryakov G., Nagaytsev A., Olchevski A., Rezinko T., Sadovskiy A., Sadygov Z., Savin I., Tchalyshev V., Tyapkin I., Yarygin G., Zerrouk F. Novel

Micropixel Avalanche Photodiodes (MAPD) with Super High Pixel Density // Nucl. Instr. Meth. A. 2011. V. 628, No. 1. P. 369–371; doi: 10.1016/j.nima.2010.07.003.

- Nuriyev S., Ahmadov F., Sadygov Z., Akberov R., Ahmadov G., Abbasov I. Performance of a New Generation of Micropixel Avalanche Photodiodes with High Pixel Density and High Photon Detection Efficiency // Nucl. Instr. Meth. A. 2018. V. 912. P. 320–322; doi: 10.1016/j.nima.2017.12.006.
- 36. Садыгов А.З. Микропиксельный лавинный фотодиод. Патент России № 2770147. Приоритет от 21.06.2021. Опубликовано 14.04.2021; https://new.fips.ru/registers-doc-view/fips_servlet?DB= RUPAT&DocNumber=2770147&TypeFile=html.
- Otte N. On the Efficiency of Photon Emission during Electrical Breakdown in Silicon // Nucl. Instr. Meth. A. 2009. V. 610. P. 105–109; https://doi.org/10.1016/j.nima.2009.05.085.
- Mirzoyan R., Kosyra R., Moser H.G. Light Emission in Si Avalanches // Nucl. Instr. Meth. A. 2009. V.610. P.98-100; https://doi.org/10.1016/ j.nima.2009.05.081.
- Vinogradov S. Analytical Model of SiPM Time Resolution and Order Statistics with Crosstalk // Nucl. Instr. Meth. A. 2015. V. 787. P. 229–233; https://doi.org/10.1016/j.nima.2014.12.010.
- 40. *Klanner R*. Characterisation of SiPMs // Nucl. Instr. Meth. A. 2019. V. 926. P. 36–56; https://doi.org/10.1016/j.nima.2018.11.083.
- Boone K., Iwai Y., Retiereand F., Rethmeier C. Delayed Avalanches in Multi-Pixel Photon Counters // J. Instrum. 2017. V.12. P. P07026; https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1748-0221/12/07/P07026.
- Bude J., Sano N., Yoshii A. Hot-Carrier Luminescence in Si // Phys. Rev. B. 1992. V. 45, No. 11. P. 5848–5856; https://doi.org/10.1103/PhysRevB.45.5848.
- Knoetig M. L., Hose J., Mirzoyan R. SiPM Avalanche Size and Crosstalk Measurements with Light Emission Microscopy // IEEE Trans. Nucl. Sci. 2014. V.61, No. 3. P. 1488–1492; https://ieeexplore.ieee.org/document/6824861.
- 44. McLaughlin J. B., Gallina G., Retiere F., Croix A., Giampa P., Mahtab M., Margetak P., Martin L., Massacret N., Monroe J., Patel M., Raymond K., Roiseux J., Xie L., Zhang G. Characterization of SiPM Photon Emission in the Dark // Sensors. 2021. V. 21. P. 5947; https://www.mdpi.com/1424-8220/21/17/5947.
- 45. Садыгов З. Я., Садыгов А. З. Полупроводниковый лавинный фотоприемник. Патент России № 2650417. Приоритет от 25.04.2017. Опубликовано 13.04.2018; http://www1.fips.ru/fips_servl/fips_servlet?DB= RUPAT&DocNumber=2650417&TypeFile=html.
- Sadygov A., Ahmadov F., Ahmadov G., Ariffin A., Khorev S., Sadygov Z., Suleymanov S., Zerrouk F. A New Detector Concept for Silicon Photomultipliers // Nucl. Instr. Meth. A. 2016. V. 824, No. 1. P. 135–136; doi: 10.1016/j.nima.2015.11.013.

- Sadygov A., Ahmadov F., Ahmadov G., Ariffin A., Khorev S., Sadygov Z., Suleymanov S., Zerrouk F. A Micropixel Avalanche Phototransistor for Time-of-Flight Measurements // Nucl. Instr. Meth. A. 2017. V. 845. P. 621–622; doi: 10.1016/j.nima.2016.06.081.
- Miller S. L. Avalanche Breakdown in Germanium // Phys. Rev. 1955. V. 99, No. 4. P. 1234–1241.
- 49. Sze S. M., Ng K. K. Physics of Semiconductor Devices. Hoboken, New Jersey, Canada: John Wiley & Sons, Inc., 2007. 815 p.
- Sadygov Z., Abdullaev Kh., Akhmedov G., Akhmedov F., Mukhtarov R., Sadygov A., Titov A., Zhezher V. On Possibilities of Application of Miller Formula for Determination of Parameters of Micropixel Avalanche Photodiodes. https://doi.org/10.48550/arXiv.1404.2108.
- Chmill V., Garutti E., Klanner R., Nitschke M., Schwandt J. Study of the Breakdown Voltage of SiPMs // Nucl. Instr. Meth. A. 2017. V. 845. P. 56–59; http://dx.doi.org/10.1016/j.nima.2016.04.047.
- Nagy F., Hegyesi G., Kalinka G., Molnar J. A Model Based DC Analysis of SiPM Breakdown Voltages // Nucl. Instr. Meth. A. 2017. V. 849. P. 55–59; http://dx.doi.org/10.1016/j.nima.2016.04.047.
- 53. Гасанов А., Головин В., Садыгов З., Юсипов Н. Лавинный фотоприемник на основе структуры металл – резистивный слой – полупроводник // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14, № 8. С. 706–709; https://journals.ioffe.ru/articles/viewPDF/31222.
- 54. Sadygov Z. Ya., Zheleznykh I. M., Malakhov N. A., Jejer V. N., Kirillova Y. Avalanche Semiconductor Radiation Detectors // IEEE Trans. Nucl. Sci. 1996. V. 43, No. 3. P. 1009–1013; https://ieeexplore.ieee.org/document/510748.
- 55. Willardson R.K., Beer A.C. Semiconductors and Semimetals. V.22, Lightwave Communication Technology, Part D, Photodetectors / Ed. W.T.Tsang. New York: Academic Press Inc., 1985. 451 p.
- Chirikov-Zorin I. Precise Method for Determining Avalanche Breakdown Voltage of Silicon Photomultipliers // J. Instrum. 2017. V. 12. P. C07002; https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1748-0221/12/07/C07002.
- Antognetti P., Oldham W.G. The Role of Ionization Coefficient in the Operation of Avalanche Diodes above Breakdown // J. Electron. Mater. 1975. V.4. P. 77-90; https://doi.org/10.1007/BF02657837.
- Musienko Y., Reucroft S., Swain J. The Gain, Photon Detection Efficiency and Excess Noise Factor of Multi-Pixel Geiger-Mode Avalanche Photodiodes // Nucl. Instr. Meth. A. 2006. V. 567. P. 57–61; https://doi.org/10.1016/j.nima.2006.05.214.
- Garutti E., Ramilli M., Xu Ch., Hellweg W. L., Klanner R. Characterization and X-Ray Damage of Silicon Photomultipliers // Proc. Sci. (TIPP 2014). P. 070; https://pos.sissa.it/213/070/pdf.
- 60. Sadygov Z. Problems in the Appearance of Silicon Photomultipliers: A Brief History and Perspectives // Intern. Conf. on the Advancement of Silicon Photomultipliers, 11–15 June 2018, Schwetzingen, Germany;

https://indico.gsi.de/event/6990/contributions/31562/attachments/22650/28411/Z.Sadygov_ICASIPM-2018.pdf.

- Sadygov Z., Sadigov A., Khorev S. Silicon Photomultipliers: Status and Prospects // Phys. Part. Nucl. Lett. 2020. V.17, No.2. P.160-176; https://www.researchgate.net/publication/340516475_Silicon_ Photomultipliers_Status_and_Prospects.
- Bonanno G., Finocchiaro P., Pappalardo A., Billotta S., Cosentino L., Belluso M., Di Mauro S., Occhipinti G. Precision Measurements of Photon Detection Efficiency for SiPM Detectors // Nucl. Instr. Meth. A. 2009. V.610. P.93–97; https://doi.org/10.1016/j.nima.2009.05.117.
- Eckert P., Coulon H., Shen W., Stamen R., Tadday A. Characterisation Studies of Silicon Photomultipliers // Nucl. Instr. Meth. A. 2010. V. 620. P. 217–116; https://doi.org/10.1016/j.nima.2010.03.169.
- Otte N., Garcia D., Nguyen T., Purushotham D. Characterization of Three High Efficiency and Blue Sensitive Silicon Photomultipliers // Nucl. Instr. Meth. A. 2017. V. 846. P. 106–125; http://dx.doi.org/10.1016/j.nima.2016.09.053.
- Newman R. Visible Light from a Silicon p-n Junction // Phys. Rev. 1955. V. 100, No. 2. P. 700-703; https://journals.aps.org/pr/abstract/10.1103/PhysRev.100.700.
- Chynoweth A. G., McKay K. G. Photon Emission from Avalanche Breakdown in Silicon // Phys. Rev. 1956. V. 102, No. 2. P. 369–376; https://journals.aps.org/pr/abstract/10.1103/PhysRev.102.369.
- Lacaita A. L., Zappa F., Bigliardi S., Manfredi M. On the Bremsstrahlung Origin of Hot-Carrier-Induced Photons in Silicon Devices // IEEE Trans. Electron. Dev. 1993. V. 40. P. 577–582; https://ieeexplore.ieee.org/document/199363.
- Hampel M. R., Fuster A., Varela C., Platino M., Almela A., Lucero A., Wundheiler B., Etchegoyen A. Optical Crosstalk in SiPMs // Nucl. Instr. Meth. A. 2020. V. 976. P. 164262; https://doi.org/10.1016/j.nima.2020.164262.
- Piemonte C., Battiston R., Boscardin M., Dalla B.G., Del Guerra A., Dinu N., Pozza A., Zorzi N. Characterization of the First Prototypes of Silicon Photomultiplier Fabricated at ITC-irst // IEEE Trans. Nucl. Sci. 2007. V. 54. P. 236; https://doi.org/10.1109/TNS.2006.887115.
- Boone K., Iwai Y., Retière F., Rethmeier C. Delayed Avalanches in Multi-Pixel Photon Counters // J. Instrum. 2017. V. 12. P. P07026; https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1748-0221/12/07/P07026.

Глава 5

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ ОЛФД- И МЛФД-ДЕТЕКТОРОВ

Кремниевые микропиксельные лавинные фотодиоды (МЛФД), часто называемые также кремниевые фотоумножители, находят все более широкое применение во многих коммерческих и научных устройствах регистрации фотосигналов [36, 64, 69, 75, 76]. В настоящее время МЛФД посвящены много экспериментальных и теоретических работ. Большинство предложенных моделей основываются на эквивалентных электрических схемах прибора, не учитывающих характер лавинного процесса, происходящего внутри пикселей. Все еще не создана адекватная физическая модель развития и гашения лавинного процесса в пикселях МЛФД, описывающая основные характеристики прибора. В настоящей главе приведена физическая модель формирования одноэлектронного фотоотклика МЛФД, учитывающая как характер лавинного процесса, происходящего в полупроводнике, так и влияние пассивных элементов внешней электрической цепи на параметры прибора.

5.1. Проблемы известных моделей ОЛФДи МЛФД-детекторов, работающих в режиме Гейгера

Как уже было отмечено в разд. 3.4, исследованию лавинных диодов с небольшой площадью, работающих в условиях перенапряжения, и созданию на их основе однофотонных лавинных фотодиодов — ОЛФД — посвящено большое количество экспериментальных и теоретических работ [1–23]. Авторы этих работ изучали в основном механизмы формирования микроплазменных импульсов, характеризирующихся наличием постоянной амплитуды и случайной продолжительности. При этом не учитывался характер лавинного процесса, происходящего внутри p—n-перехода.

Наиболее подходящая модель, объясняющая механизм формирования микроплазменных импульсов, была предложена в работе Р. Хайтза [7]. В этой модели содержатся последовательно включенные фиктивный источник напряжения величиной, равной потенциалу пробоя U_b фотодиода, сопротивление области пространственного заряда фотодиода R_s и бистабильный переключатель S_k (рис. 5.1, *a*). Емкость C_p фотодиода подключена параллельно к этим элементам прибора. Для



Рис. 5.1. Модель Р. Хайтза: *а*) эквивалентная схема; *б*) эпюра токов; *в*) эпюра потенциала на выводах лавинного диода

того чтобы наблюдать микроплазменные импульсы, к этой цепи последовательно подключены реальный источник напряжения со значением $U_d > U_b$ и балластный резистор R_q . В момент появления единичного носителя заряда, запускающего лавинный процесс (переключатель S_k включен, t = 0), внутри диода возникает разрядный ток I с максимальной величиной $I_a = (U_d - U_b)/R_s$. Это приводит к падению потенциала U_p на конденсаторе C_p и, как следствие, к появлению тока J во внешней цепи диода (рис. 5.1, δ и s). Зависимость величин U_p , I и J от времени описывается выражениями

$$U_p(t) = U_0 + (U_d - U_0) \exp\left(-t/\theta_d\right),$$
(5.1)

$$I(t) = I_0 + (I_d - I_0) \exp(-t/\theta_d),$$
(5.2)

$$J(t) = I_0 - I_0 \exp(-t/\theta_d),$$
 (5.3)

где

$$\theta_d = C_p R_s R_q / (R_s + R_q), \quad I_0 = (U_d - U_b) / (R_q + R_s),$$

$$U_0 = U_d - I_0 R_q = (R_s V_d + R_q U_b) / (R_q + R_s).$$

После выключения микроплазмы емкость C_p снова заряжается до U_d внешним током J. Если началом отсчета времени считать момент выключения микроплазмы (переключатель S_k выключен при t = 0), то выключение лавинного процесса можно описать следующими выражениями:

$$J(t) = I_0 \exp\left(-t/\theta_c\right),\tag{5.4}$$

$$U_p(t) = U_a - (U_d - U_0) \exp(-t/\theta_c), \qquad (5.5)$$

где $\theta_d = R_q C_p$.

Выражения (5.1)–(5.3) показывают, что величины внутреннего тока разрядки I и внешнего тока зарядки J на плоской вершине (при $t \gg \theta_d$) микроплазменных импульсов равны друг другу, т.е.

$$I = J = I_0 = [(U_d - U_b)/(R_s + R_q)] = \text{const.}$$
(5.6)

При этом величина напряжения U_p , падающего непосредственно на пикселе фотодиода, равна $U_p = U_d - I_0 R_q > U_b$. Это означает, что внутри диода осуществляется самостабилизированный лавинный процесс с равными токами разрядки и зарядки емкости диода. Излишки напряжения равны $\Delta U = U_p - U_b$ и падают на сопротивлении R_s . К сожалению, описанная выше модель показывает характер только переднего и заднего фронтов микроплазменных импульсов, но не дает информации об их длительности.

В работах [7,10] экспериментально было показано, что при достаточно больших значениях балластного сопротивления $R_q \gg R_s$ можно наблюдать короткие импульсы с достаточно стабильной амплитудой и длительностью, но без какой-либо плоской вершины. Этот режим работы, как правило, называют режимом Гейгера. При этом равенство (5.6) не выполняется из-за достаточно низкого тока зарядки емкости фотодиода. Другими словами, в условиях $R_q \gg R_s$ режим работы фотодиода не является самостабилизированным процессом, следовательно, этот процесс не может быть описан упомянутой выше моделью Р. Хайтза. Поэтому для описания лавинного процесса в ОЛФД- и МЛФД-фотодиодах, работающих в режиме Гейгера, требуется новая модель, в которой учитываются особенности лавинного процесса в полупроводнике фотодиода.

В работах [24–27] эквивалентная схема Р. Хайтза была модернизирована путем добавления к ней дополнительной емкости и сопротивления. Было проведено численное моделирование параметров ОЛФД- и МЛФД-приборов, но не был учтен характер лавинного процесса внутри p-n-перехода. Тем не менее авторы заявляли о хорошем согласии своих экспериментальных данных с результатами моделирования фотоотклика в ОЛФД- и МЛФД-приборах. В других моделях, описанных в работах [28–30], учтен циклический характер лавинного процесса, но не были приведены ни методики, ни модели расчета внутреннего лавинного тока в самом p-n-переходе полупроводника. Авторы утверждали о возможности падения потенциала пикселя (p-n-переходе) ниже пробивного потенциала сразу после окончания лавинного процесса, но не сформулировали условия для достижения этого эффекта. Кроме того, в упомянутых выше работах не приводятся экспериментальные данные, подтверждающие полученные результаты моделирования.

5.2. Базовая модель лавинного процесса в МЛФД

Известно, что кремниевый микропиксельный лавинный фотодиод содержит в себе матрицу идентичных и независимых p-n-переходов (пикселей). Каждый пиксель соединен с общей шиной с помощью индивидуального резистора. Поэтому для описания характеристик прибора достаточно рассмотреть работу одного пикселя [31]. На рис. 5.2, а представлен один пиксель МЛФД со своим индивидуальным сопротивлением R_q . Пиксель представляет собой p^+-i-n^+ -структуру, к которой приложено напряжение U_d , создающее в *i*-слое толщиной W однородное электрическое поле величиной $E_d = U_p/W$, достаточной для развития лавинного процесса (в начальный момент времени t = 0, $E_p = E_d = U_d/W$).

Единичный фотоэлектрон, появившийся в *i*-области, например у катода пикселя, проходя всю толщину W, создает новые электрондырочные пары. Благодаря экспоненциальному характеру лавинного процесса значительная часть электрон-дырочных пар создается около анодной границы (около n^+ -слоя). Аналогичный характер имеет лавинный процесс, инициированный единичной дыркой, т.е. основная часть электрон-дырочных пар создается около катодной границы (около p^+ -слоя). Поэтому в предложенной модели предполагается, что процесс ударной ионизации электронами и дырками имеет место только в двух тонких областях толщиной $d \ll W$, расположенных, соответственно, у анодного и катодного электродов пикселя. Кроме того, здесь предполагается, что сопротивление R_s объемного заряда



Рис. 5.2. Базовая модель работы пикселя МЛФД [31]

не влияет на лавинный процесс. Это означает, что мы имеем дело с идеальной $p^+ - i - n^+$ -структурой (или идеальным искровым разрядником), где $R_s \approx 0$ (рис. 5.2, б). При этом для определения коэффициентов усиления единичных электронов и дырок за один пролет через *i*-слой будем использовать известные выражения $M_e = \exp(\alpha_n W)$ и $M_h = \exp(\alpha_p W)$ соответственно. Здесь α_n и α_p — коэффициенты ионизации для электронов и дырок. Для учета зависимостей α_n и α_p от электрического поля E использованы экспериментальные данные работы [32], аналитические выражения которых приведены в работе [33, с. 267]:

$$\alpha_n(E) = 3.8 \cdot 10^6 \exp\left(\frac{1.75 \cdot 10^6}{E}\right),$$

$$\alpha_p(E) = 2.25 \cdot 10^7 \exp\left(-\frac{3.26 \cdot 10^6}{E}\right),$$
(5.7)

где электрическое поле E приведено в единицах [B/см], а величины α_n и α_p — в единицах [см⁻¹].

Теперь рассмотрим лавинный процесс, схематически показанный на рис. 5.2, б. Предположим, что в момент времени t = 0 у катода появился один фотоэлектрон ($N_{01} = 1$). Этот электрон, пролетев всю *i*-область за время $\tau = W/v_s$, создает электрон-дырочные пары у границы анода за счет ударной ионизации, где v_s — максимальная скорость движения носителей заряда в *i*-слое. При этом количество электронов N_1 , ушедших в анод, количество дырок P_{02} , двигавшихся в сторону катода, а также величину поля E_{p1} , при котором происходит лавинный процесс, можно выразить как

$$N_{1} = N_{01} \exp(\alpha_{n1}W), \quad P_{02} = N_{01} [\exp(\alpha_{n1}W) - 1], \\ E = E_{p1} = U_{p1}/W, \quad N_{01} = 1,$$
(5.8)

где $\alpha_n = \alpha_{n1}(E = E_{p1}); U_{p1} = U_d$ — напряжение между анодом и катодом пикселя перед началом первого цикла лавинного процесса. Дырки в количестве P_{02} через время τ создают у катодного электрода новые электрон-дырочные пары. Созданные дырки стекают в катод, а электроны в количестве

$$N_{02} = [\exp(\alpha_{n1}W) - 1][\exp\alpha_{p1}(W) - 1],$$
(5.9)

где $\alpha_p = \alpha_{p1}(E = E_1)$, начинают второй цикл лавинного процесса. Таким образом, через каждые 2τ времени у катода появляются новые электроны, которые инициируют новый лавинный процесс в пикселе. Однако после каждого цикла следует учитывать два процесса, которые способны изменить напряженность электрического поля в объеме пикселя. Это разрядка пикселя за счет разделения электрон-дырочных пар, созданных лавинным процессом, и зарядка пикселя источником внеш-

него напряжения питания U_d через сопротивление R_p . Поэтому второй цикл лавинного процесса будет происходить при другой величине напряженности поля ($E = E_{p2} = U_{p2}/W$). В результате этого коэффициенты ионизации будут иметь новые значения, т.е. $\alpha_n = \alpha_{n2}(E = E_{p2})$ и $\alpha_p = \alpha_{p2}(E = E_{p2})$. Тогда количество электронов, стекавшихся в анодный электрод в результате второго цикла, и величину поля E_{p2} , при котором происходит этот лавинный процесс, можно выразить как

$$N_{2} = \left[\exp\left(\alpha_{n1}W\right) - 1\right]\left[\exp\left(\alpha_{p1}W\right) - 1\right]\exp\left(\alpha_{n2}W\right),$$

$$E_{p2} = \left(\frac{U_{p2}}{W}\right) = \frac{1}{W} \left[U_{1} - \frac{qN_{1} - \frac{U_{d} - U_{p1}}{R_{p}}2\tau}{C_{p}}\right],$$
(5.10)

где q — заряд электрона; C_p — емкость пикселя; R_q — гасящее лавину сопротивление; (qN_1/C_p) — уменьшение напряжения на пикселе за счет первого цикла лавинного процесса; $[(U_d - U_{p1})2\tau/R_qC_p]$ — увеличение напряжения на пикселе за счет зарядки внешним источником напряжения U_d .

Таким образом, после *i*-го цикла лавинного процесса количество электронов N_i , стекавшихся в анодный электрод, а также величины электрического поля E_{pi} и потенциала U_{pi} можно выразить следующим образом:

$$N_{i} = \left\{ \prod_{j=2}^{i} [\exp\left(\alpha_{n(j-1)}W\right) - 1] [\exp\left(\alpha_{p(j-1)}W\right) - 1] \right\} \exp\left(\alpha_{ni}W\right),$$

$$E_{pi} = \frac{U_{pi}}{W},$$

$$U_{pi} = U_{p(i-1)} - \frac{qN_{i-1} - \frac{U_{d} - U_{p(i-1)}}{R_{p}}2\tau}{C_{p}}.$$
(5.11)

Тогда величину коэффициента усиления M единичного электрона в пикселе МЛФД, зависимости внутреннего тока разрядки $I_i(t_i)$ и внешнего тока зарядки $J_i(t_i)$ можно определить с помощью выражений

$$M = N_1 + \sum_{i=2}^{\infty} N_i, \quad I_i(t_i) = \frac{qN_i}{\Delta t}, \quad J_i(t_i) = \frac{U_d - U_{pi}}{R_q}, \tag{5.12}$$

где $\Delta t = 2\tau$ — продолжительность одного цикла лавинного процесса; $t_i = i2\tau$ — текущее время [31].

Одним из основных параметров МЛФД является напряжение пробоя U_b . По определению напряжением пробоя называется та минимальная величина напряжения, непосредственно приложенного между анодом и катодом пикселя, при котором лавинный ток, инициированный постоянным первичным фототоком или темновым генерационным током, стремится к бесконечности. Если при напряжении пробоя инициирующий лавину ток имеет конечную длительность, например в случае единичного электрона, то лавинный процесс будет иметь бесконечное количество циклов с равным средним током. Такой процесс может осуществиться, если после каждого цикла лавинного процесса образуется в среднем один электрон. Это означает, что при толщине лавинной области, равной, например, W = 1 мкм, существует такое напряжение $U_d = U_b$ и $E = E_b = U_b/W$, при которых будет выполняться уравнение

$$[\exp(\alpha_n W) - 1][\exp(\alpha_p W) - 1] = 1.$$
(5.13)

Путем численного решения уравнения (5.13) на компьютере можно получить величину $U_b = 33,55$ В при параметрах W = 1 мкм и $v = 10^7$ см/с.

Результаты моделирования показывают, что в зависимости от набора величин емкости пикселя C_p , гасящего лавину сопротивления R_q и перенапряжения $\Delta U_{\rm ov} = U_d - U_b$ пиксели МЛФД могут работать как в режиме Гейгера, так в режиме микроплазменного пробоя. Например, если фиксировать величины емкости пикселя и перенапряжения, приняв $C_p = 20 \, \phi \Phi$ и $\Delta U_{\rm ov} = 1$ В, то при величине сопротивления $R_q = 30$ кОм лавинный процесс в пикселе не гаснет (рис. 5.3, *a*, кривые 1 и 1'). В приборе достаточно быстро осуществляется самостабилизированный лавинный процесс, похожий на известный микроплазменный процесс, похожий на известный микроплазменный пробой в p-n-переходах. Одновременно с этим величина напряжения на пикселе уменьшается до уровня напряжения пробоя (рис. 5.3, *б*, кривая 1). При этом выполняются условия $U_p = U_b$ и $I = J = \frac{U_d - U_b}{R_q}$. Такое поведение прибора связано с большой величиной тока зарядки, не позволяющей пикселю разрядиться до некоторой величины ниже напряжения пробоя, достаточной для прекращения лавинного процесса.

Увеличение R_q до некоторой величины приводит к падению тока зарядки J, и в результате этого лавинный процесс прекращается (рис. 5.3, a, кривые 2 и 2'). Потенциал пикселя сразу после гашения лавины опускается до уровня $U_{\rm p.min}$, расположенного значительно ниже потенциала пробоя U_b (рис. 5.3, 6, кривая 2). При этом емкость пикселя разряжается на величину, равную удвоенной величине перенапряжения, т. е. $\Delta U_{\rm dis} = U_d - U_{\rm p.min} = 34,55$ В - 32,7 В = 1,85 В $\approx 2\Delta U_{\rm ov}$.

Здесь нужно отметить тот факт, что за время лавинного процесса емкость пикселя заметно заряжается источником напряжения U_d благодаря недостаточно высокому сопротивлению гасящего лавину резистора $R_q = 40$ кОм. Если увеличить сопротивление R_q до 1 МОм, то



Рис. 5.3. Зависимость внутреннего тока разрядки I, внешнего тока зарядки J (a) и потенциала U_p пикселя (b) от времени при $U_d = 34,55$ В и $C_p = 20 \ \varphi \Phi$: 1 и 1' — токи I и J при $R_q = 30 \ \kappa Om; 2$ и 2' — токи I и J при $R_q = 40 \ \kappa Om; 1$ и 2 — потенциалы U_p пикселя при $R_q = 30 \ \kappa Om$ и $R_q = 40 \ \kappa Om$ соответственно

достаточно точно выполняются равенства

138

$$\Delta U_{\rm dis} = 2\Delta U_{\rm ov},$$

$$Q_e = C_p \Delta U_{\rm dis} = C_{\rm eff} \Delta U_{\rm ov},$$
(5.14)

где Q_e — количество заряда, созданное лавинным процессом, инициированным единичным электроном; $C_{\text{eff}} = 2C_p = \partial Q_e / \partial U_d$ — эффективная емкость пикселя, определяемая как наклон линейной зависимости количества заряда Q_e от приложенного к пикселю напряжения.

Результаты, представленные на рис. 5.3, свидетельствуют о наличии некоторой пороговой величины $R_{\rm th}$ гасящего лавину резистора R_q , выше которого пиксель может работать в режиме Гейгера. Расчеты показывают, что при фиксированном потенциале пробоя U_b величина $R_{\rm th}$ зависит от напряжения смещения U_d и емкости C_p пикселя. Как видно из рис. 5.4, величина $R_{\rm th}$ имеет максимум поблизости напряжения пробоя U_b , затем монотонно падает с увеличением напряжения смещения U_d (или перенапряжения $\Delta U_{\rm ov} = U_d - U_b$). Практический интерес представляет минимальное значение $R_{\rm th}$, выше которого пиксель с емкостью C_p и напряжением пробоя U_b сможет работать в режиме Гейгера при любой величине напряжения смещения $U_d > U_b$. Такое значение $R_{\rm th}$ назовем критическим значением ($R_{\rm cr}$) гасящего лавину сопротивления, выше которого пиксель может работать в режиме Гейгера при любой величине перенапряжения. Величина $R_{\rm cr}$ равна



Рис. 5.4. Зависимость порогового сопротивления $R_{\rm th}$ от приложенного напряжения U_d : $1 - C_p = 20 \ \varphi \Phi$; $2 - C_p = 40 \ \varphi \Phi$; $3 - C_p = 80 \ \varphi \Phi$

максимуму зависимости $R_{\rm th}$ от U_d . Как показано на рис. 5.4, величины критических сопротивлений $R_{\rm cr}$ при трех емкостях пикселя 20, 40 и 80 фФ составляют 220, 155 и 110 кОм соответственно. Видно, что чем больше емкость пикселя, тем меньше величина критического сопротивления $R_{\rm cr}$, необходимого для гашения лавинного процесса.

5.3. Влияние паразитной емкости на работу МЛФД

В предыдущем разделе был рассмотрен идеальный пиксель МЛФД без сопутствующих паразитных элементов, влияющих на характеристики лавинного процесса. Однако при рассмотрении работы реального пикселя следует учитывать влияние на параметры прибора таких элементов, как паразитная емкость C_q , шунтирующая индивидуальное сопротивление R_q и сопротивление R_s объемного пространственного заряда (ОПЗ), вызванное электрическим полем умноженных носителей заряда.

На рис. 5.5 приведены эквивалентные схемы МЛФД с учетом паразитных емкостей и сопротивлений электрической схемы включения. Она состоит из паразитной емкости C_q индивидуального микрорезистора, сопротивления R_s области пространственного заряда пикселя и идеального разрядника без емкости и сопротивления. Здесь идеальный разрядник представляет собой идеальный лавинный диод, работа которого описывается выражениями (5.10) и (5.12), приведенными в предыдущем разделе. Величина C_q определяется конструкцией металлической шины, т.е. расстоянием между этой шиной и периферией фоточувствительного пикселя. Величина R_s определяется отношением $W/D_{\rm av}$, где W — толщина ОПЗ; $D_{\rm av}$ — диаметр сечения лавинного канала в пикселе.

Влияние паразитной емкости C_q и сопротивления R_s на форму фотоотклика можно исследовать, используя соотношения (5.10) и (5.12). Для этого достаточно определить напряжение U_s , непосредственно



Рис. 5.5. Эквивалентные электрические схемы пикселя МЛФД: *a*) идеальная эквивалентная схема, когда $C_q = 0$ и $R_s = 0$; *б*) реальная эквивалентная схема, учитывающая паразитную емкость C_q и сопротивление R_s ОПЗ пикселя

падающее на идеальном разряднике, с помощью которого можно вычислить внутренний ток лавинной разрядки I и внешний ток зарядки J(рис. 5.5, δ). Уравнение для определения U_s можно получить, применив второй закон Кирхгофа к замкнутым цепочкам лавинного фотодиода:

$$U_{s} = U_{p} - IR_{s},$$

$$U_{d} = U_{p} + J_{q1}R_{1},$$

$$\int_{d}^{t} J_{q2}\partial t$$

$$U_{d} = U_{p} + \frac{0}{C_{a}},$$
(5.15)

где I — внутренний ток разрядки лавинного процесса; J_{q1} и J_{q2} — составляющие внешнего тока зарядки J, протекающие через сопротивление R_q и емкость C_q соответственно. Используя последние два уравнения системы (5.15), получим следующее выражение для внешнего тока зарядки J:

$$J = J_{q1} + J_{q2} = \frac{U_d - U_p}{R_q} - C_q \frac{\partial U_p}{\partial t}.$$
(5.16)

Следует отметить тот факт, что в момент времени t = 0 конденсатор C_p полностью заряжен до величины $Q_p = Q_{p.max} = C_p U_d$. После начала лавинного процесса (t > 0) величина этого заряда Q_p меняется за счет внутреннего лавинного тока разрядки I и внешнего тока за-

рядки J. Поэтому текущий заряд Q_p конденсатора C_p можно выразить следующим образом:

$$Q_{p} = C_{p}U_{p} = C_{p}U_{d} - \int_{0}^{t} I \,\partial t + \int_{0}^{t} J \,\partial t.$$
 (5.17)

Продифференцировав первое уравнение системы (5.15) и уравнение (5.17) и учитывая выражение (5.16), получим необходимую систему уравнений для вычисления U_s :

$$\frac{\partial U_s}{\partial t} = \frac{\partial U_p}{\partial t} - R_s \frac{\partial I}{\partial t},$$

$$\frac{\partial U_p}{\partial t} = \frac{U_d - U_p - R_q I}{R_q (C_p + C_q)}.$$
(5.18)

Для проведения численного расчета воспользуемся приближением

$$\frac{\partial U_s}{\partial t} \approx \frac{U_{si} - U_{s(i-1)}}{\Delta t} = \frac{U_{pi} - U_{p(i-1)}}{\Delta t} - R_s \frac{I_i - I_{(i-1)}}{\Delta t},$$

$$\frac{\partial U_p}{\partial t} \approx \frac{U_{pi} - U_{p(i-1)}}{\Delta t} = \frac{U_d - U_{p(i-1)} - R_q I_{(i-1)}}{R_q (C_p + C_q)},$$
(5.19)

где $\Delta t = 2\tau$ — продолжительность одного цикла лавинного процесса; $\tau = W/v_s$ — время пролета носителей заряда через область пространственного заряда пикселя МЛФД; v_s — максимальная скорость носителей в ОПЗ полупроводника; $I_i = qN_i/2\tau$ — средняя величина внутреннего лавинного тока разрядки в *i*-м цикле; N_i — количество электронов, созданных в *i*-м цикле; q — заряд электрона; U_{pi} и U_{si} — потенциал пикселя и идеального разрядника в *i*-м цикле лавинного процесса.

Таким образом, на основе уравнений (5.16) и (5.19) получим следующие выражения для численного расчета параметров пикселя МЛФД:

$$U_{si} = U_{s(i-1)} + \frac{2\tau(U_d - U_{s(i-1)}) - qN_{i-1}(R_q + R_s)}{R_q(C_p + C_q)} - \frac{qR_s(N_i - N_{i-1})}{2\tau},$$

$$N_i = \left\{ \prod_{j=2}^{i} [\exp\left(\alpha_{j-1}W\right) - 1] [\exp\left(\beta_{j-1}W\right) - 1] \right\} \exp\left(\alpha_i W\right),$$

$$I_i = \frac{qN_i}{2\tau},$$

$$J_i = \frac{(U_d - U_{si})C_p}{R_q(C_p + C_q)} - \frac{R_sC_p}{R_q(C_p + C_q)} \frac{qN_i}{2\tau} + \frac{C_q}{C_p + C_q} \frac{qN_i}{2\tau},$$

$$U_{pi} = U_{si} + I_iR_s,$$
(5.20)

$$M = \exp(\alpha_1 W) + \sum_{i=2}^{k} N_i,$$
$$Q_e = qM,$$

где k — конечное число циклов лавинного процесса, при достижении которого лавинный процесс прекращается, т.е. удовлетворяется условие $N_i(i=k) < 1$.

Сначала рассмотрим влияние паразитной емкости С_а на параметры МЛФД. На рис. 5.6 представлен характер изменения формы внешнего тока зарядки J, внутреннего тока разрядки I и потенциала U_p МЛФД при четырех величинах паразитной емкости C_a . В расчетах использовались следующие данные: емкость пикселя $C_p = 20 \ \phi \Phi$, гасящее лавину сопротивление $R_p = 300$ кОм, сопротивление пространственного заряда $R_{s} = 0$, напряжение пробоя пикселя $U_{b} = 60$ В, приложенное к пикселю напряжение $U_d = 62$ В. Видно, что лавинный ток разрядки *I* достигает своего максимума при достижении потенциала пикселя U_n величины напряжения пробоя U_b (кривая 1 на рис. 5.6). С увеличением паразитной емкости Cq этот максимум достигается раньше, что связано с дополнительной зарядкой пикселя во время лавинного процесса. Кроме того, паразитная емкость Cq приводит к появлению быстрой компоненты на переднем фронте снимаемого с МЛФД тока Ј. Форма этой компоненты (длительность переднего и заднего фронтов) полностью повторяет форму внутреннего лавинного тока разрядки І. Доля этой компоненты в общем токе Ј линейно растет с увеличением паразитной емкости.

Тут паразитная емкость ведет себя двояко. С одной стороны, она ведет себя как емкость, подключенная последовательно к емкости пикселя. Об этом свидетельствует появление быстрой компоненты тока зарядки Ј. Это связано с тем, что паразитная емкость шунтирует сопротивление R_a. Поэтому в начальный момент времени лавинный процесс в пикселе поддерживается током зарядки, протекшим через паразитную емкость. В результате этого в начале зарядного тока Ј появляется достаточно быстрая компонента тока, полностью повторяющая форму внутреннего лавинного тока разрядки I. Такое свойство паразитной емкости позволяет улучшить быстродействие МЛФДдетекторов, что дает возможность применять их во времяпролетных устройствах. С другой стороны, паразитная емкость ведет себя как емкость, подключенная параллельно к емкости пикселя С_n. Об этом свидетельствуют результаты расчетов, представленные на рис. 5.7. Коэффициент усиления M и полное количество заряда Q_e , созданное единичным инициирующим лавину электроном, пропорционально растут с увеличением суммарной емкости $C_{\text{tot}} = C_p + C_q$. Величина Q_e



Рис. 5.6. Характер изменения формы внешнего тока зарядки J(a), внутреннего тока разрядки I(b) и потенциала $U_p(a)$ МЛФД при различных величинах паразитной емкости C_q : $1 - C_q = 0 \ \Phi \Phi$; $2 - C_q = 1 \ \Phi \Phi$; $3 - C_q = 2 \ \Phi \Phi$; $4 - C_q = 3 \ \Phi \Phi$

описывается выражением

$$Q_e = (C_p + C_q)2(U_d - U_b) = (C_p + C_q)2\Delta U_{\rm ov}.$$
 (5.21)

Из выражения (5.21) видно, что эффективная емкость пикселя, определяемая как $C_{\rm eff} = \partial Q_e / \partial U_d$, в два раза больше суммарной емкости $C_{\rm tot}$ пикселя. Это означает, что минимальная величина потенциала $U_{\rm p.min}$ на контактах пикселя сразу после гашения лавинного процесса опускается ниже напряжения пробоя U_b на величину, равную перенапряжению. При этом полная величина разрядки пикселя $U_{\rm dis} = 2\Delta U_{\rm ov}$. Такое равенство, как будет показано в следующем разделе, выполняется в том случае, если сопротивление пространственного заряда $R_s \approx 0$.


Рис. 5.7. Зависимость коэффициента усиления (*a*) и полное количество заряда (б) от приложенного к пикселю напряжения U_d при $U_b = 60$ В и $R_q = 300$ кОм: 1 и 1' — $C_{\text{tot}} = C_p + C_s = 60 + 0 = 60$ фФ, $C_{\text{eff}} = 120$ фФ; 2 и 2' — $C_{\text{tot}} = C_p + C_s = 20 + 10 = 30$ фФ, $C_{\text{eff}} = 60$ фФ

5.4. Влияние сопротивления пространственного заряда на работу МЛФД

В отличие от паразитной емкости C_q сопротивление пространственного заряда R_s существенно ухудшает рабочие параметры МЛФД. На рис. 5.8 представлены временные зависимости внутреннего тока разрядки I, внешнего тока зарядки J и потенциала U_p пикселя при различных величинах сопротивления R_s области пространственного заряда. В расчетах использованы выражения, приведенные в (5.20), при параметрах $U_d = 62$ В, $U_b = 60$ В, $C_p = 20$ фФ, $C_q = 0$, $R_q = 300$ кОм и $\tau = 2 \cdot 10^{-12}$ с.

Результаты моделирования, представленные на рис. 5.8, показывают, что при фиксированной величине перенапряжения $\Delta U_{\rm ov} = U_d - U_b = {\rm const}$ увеличение сопротивления R_s приводит к существенному уменьшению амплитуд токов разрядки I и зарядки J, а также напряжения разрядки $\Delta U_{\rm dis} = U_d - U_{\rm p.min}$ пикселя, где $U_{\rm p.min}$ — минимальная величина потенциала на контактах пикселя сразу после гашения лавинного процесса. Это связано с тем, что при заданной величине перенапряжения часть напряжения, приложенного к контактам пикселя, падает на резисторе R_s ОПЗ полупроводника. Такое распределение перенапряжения приводит к уменьшению реального напряжения $U_s = U_p - IR_s$ на идеальном разряднике (см. рис. 5.5), обеспечивающего темп (или коэффициент усиления) лавинного процесса. При этом коэффициент усиления M определяется минимальной величиной потенциала $U_{\rm p.min}$ на контактах пикселя сразу после гашения лавинного процесса, т.е.

$$M = \frac{Q_e}{q} = \frac{C_{\text{tot}}(U_d - U_{\text{p.min}})}{q} = \frac{C_{\text{tot}}\Delta U_{\text{dis}}}{q},$$
(5.22)



Рис. 5.8. Характер изменения внутреннего тока разрядки I(a), внешнего тока зарядки J(b) и потенциала $U_p(b)$, падающего на пикселе при различных величинах сопротивления R_s пространственного заряда: $R_s = 0$ (кривая 1), $R_s = 1$ кОм (кривая 2), $R_s = 2$ кОм (кривая 3), $R_s = 4$ кОм (кривая 4)

где q — заряд электрона; Q_e — полный заряд, созданный одноэлектронным лавинным процессом; $C_{tot} = C_p + C_q$ — полная емкость пикселя; C_p — реальная (или контактная) емкость пикселя; C_q — паразитная емкость, шунтирующая сопротивление гасящего лавину резистора R_q (в данном случае $C_q = 0$); U_d — приложенное к пикселю напряжение. В случае $R_s = 0$ удовлетворяется равенство $\Delta U_{dis} = 2\Delta U_{ov}$ и коэффициент усиления достигает максимальной величины (кривая 1 на рис. 5.8, e). Увеличение сопротивления R_s приводит к уменьшению величины напряжения разрядки ΔU_{dis} , и в результате этого коэффициент усиления лавинного процесса существенно падает. Как показано в (3.31), величина сопротивления области пространственного заряда R_s определяется выражением

$$R_s = \frac{W^2}{2\varepsilon\varepsilon_s v_s S_p} = \frac{1}{2\varepsilon\varepsilon_s v_s} \left(\frac{W}{D_{\rm av}}\right)^2 \approx 60 \left(\frac{W}{D_{\rm av}}\right)^2 k, \tag{5.23}$$

где $D_{\rm av}$ — эффективный диаметр лавинного канала пикселя; W — толщина области пространственного заряда. Видно, что для уменьшения сопротивления пространственного заряда и увеличения коэффициента усиления сигнала при заданной величине перенапряжения нужно уменьшать толщину обедненного слоя лавинного фотодиода.

В общем случае коэффициент усиления лавинного процесса при фиксированном перенапряжении определяется величинами сопротивления области пространственного заряда R_s и полной емкости пикселя $C_{\rm tot}$. На рис. 5.9 приведены результаты расчета коэффициента усиления M в зависимости от величин R_s и C_p при фиксированных значениях перенапряжения $\Delta U_{\rm ov} = 2$ В и паразитной емкости $C_q = 0$. Для наглядности здесь показаны относительные величины коэффициента усиления, вычисленные по формуле

$$M(\text{rel. unit}) = \frac{M(R_s C_p)}{M(R_s = 0, C_p)}.$$
(5.24)

Анализ результатов моделирования показывает, что уровень влияния сопротивления R_s на величину коэффициента усиления зависит от величины емкости C_p . При фиксированных значениях сопротивления пространственного заряда R_s и перенапряжения $\Delta U_{\rm ov}$ чем больше C_p , тем существеннее падает коэффициент усиления. Это является следствием приближения потенциала $U_{\rm p.min}$ к напряжению пробоя U_b . При достижении некоторых пороговых значений величины C_p потенциал $U_{\rm p.min}$ становится равным напряжению пробоя U_b , и в результате этого лавинный процесс не гаснет, т.е. осуществляется микроплазменный режим работы фотодиода. Возврат фотодиода к нормальному



Рис. 5.9. Зависимость нормированных значений коэффициента усиления от сопротивления пространственного заряда R_s (*a*) и емкости пикселя C_p (*б*): $1 - C_p = 20 \quad \Phi\Phi; \quad 2 - C_p = 40 \quad \Phi\Phi; \quad 1' - R_s = 0.5 \text{ кОм}; \quad 2' - R_s = 1 \text{ кОм}$



Рис. 5.10. Зависимость порогового значения гасящего лавину сопротивления $R_{\rm th}$ и характерного времени релаксации t_r от емкости пикселя: 1 и 1' — $R_s = 2$ кОм; 2 и 2' — $R_s = 4$ кОм

режиму работы, т.е. к режиму Гейгера, требует увеличения гасящего лавину сопротивления R_q до некоторого порогового значения $R_{\rm th}$. Выполнение условия $R_q \ge R_{\rm th}$ обеспечивает нормальный режим работы пикселя МЛФД. На рис. 5.10 приведены результаты моделирования зависимости порогового значения гасящего лавину сопротивления $R_{\rm th}$ и характерного времени релаксации $t_r = R_{\rm th}C_p$ от емкости пикселя при двух значениях сопротивления области пространственного заряда R_s . Видно, что $R_{\rm th}$ и t_r существенно растут при увеличении C_p и R_s .

Ниже приведено сравнение результатов моделирования параметров лавинного процесса с экспериментальными данными. Следует отметить, что описанная выше простая модель лавинного процесса не учитывает возможную неоднородность электрического поля внутри обедненной области пикселя МЛФД. Поэтому для сравнения экспериментальных данных с результатами моделирования приходится подбирать параметры модели (например толщины *i*-слоя), чтобы получить величину напряжения пробоя, равную напряжению пробоя экспериментального образца. Кроме того, сравнение результатов моделирования с экспериментальными данными, полученными с МЛФД-приборов, содержащих матрицу идентичных пикселей и общую металлическую шину, не совсем корректно. Это связано с тем, что сработавший единичный пиксель имеет емкостную и зарядовую связи как с металлической шиной, так и с ближайшими пикселями.

На рис. 5.11 представлена экспериментальная зависимость заряда одноэлектронного импульса от напряжения, приложенного к однофотонному лавинному фотодиоду (ОЛФД) двух производителей. Первый ОЛФД-прибор был изготовлен компанией FBK (Тренто, Италия). Лавинный процесс в ОЛФД-приборе гасился благодаря пленочному микрорезистору величиной 350 кОм, расположенному на поверхности кремниевой подложки. Экспериментальные данные этого прибора были взяты из работы [25, рис. 7]. Установлено, что эффективная емкость



Рис. 5.11. Зависимость заряда одноэлектронного импульса от напряжения, приложенного к двум ОЛФД-приборам: *a*) ОЛФД-прибор, произведенный компанией FBK; *б*) ОЛФД-прибор, произведенный компанией Laser Components

этого прибора, определяемая из наклона зависимости заряд-напряжение, составляет $C_{\rm eff} = \partial Q_e/\partial U_d = 54~ \phi \Phi$. Для определения реальной (контактной) емкости C_p этого устройства нами использованы геометрические размеры пикселя $34 \times 34~$ мкм² и толщина обедненной области 4 мкм, приведенные в [25]. Таким образом, в приближении плоского конденсатора была найдена величина $C_p = 30,4~$ фФ, которая в 1,8 раз меньше, чем эффективная емкость $C_{\rm eff}$. Это означает, что сопротивление R_s объемного заряда в этом SPAD-приборе отлично от нуля. Как показано на рис. 5.11, a, результаты моделирования достаточно близки к экспериментальным данным при $R_s = 250~$ Ом. Здесь считается, что паразитная емкость C_q , шунтирующая пленочный микрорезистор, пренебрежимо мала по сравнению с реальной емкостью C_p . Это связано с тем, что данный ОЛФД-прибор имеет единственный пиксель, расположенный достаточно далеко как от других пикселей, так и от общих металлических шин.

Второй ОЛФД-прибор был произведен компанией Laser Components (www.lasercomponents.com). Чувствительная область этого прибора имела круглую форму диаметром 500 мкм. Лавинный процесс в ОЛФД-приборе гасился благодаря внешнему резистору, расположенному на расстоянии около 1 см от выходного контакта прибора. Зависимость заряда одноэлектронного импульса от напряжения, приложенного к ОЛФД-прибору, приведена на рис. 5.11, б. Экспериментальные данные этого прибора были взяты из работы [34]. Измеренная величина реальной емкости ОЛФД-прибора составила C_p = 2,6 пФ. Величина паразитной емкости, шунтирующей гасящий лавину внешний резистор, составляла $C_a = 0.5$ пФ. Эффективная емкость этого прибора, определяемая из наклона зависимости заряд-напряжение, составляет $C_{\rm eff} = \partial Q_e / \partial U_d = 3,13$ пФ, что почти совпадает с величиной полной емкости прибора, равной $C_{\text{tot}} = C_p + C_q = 3.1 \text{ п} \Phi$. Это свидетельствует о том, что в момент гашения лавинного процесса напряжение на контактах пикселя практически равно напряжению пробоя. Это связано с тем, что сопротивление пространственного заряда существенно подавляет лавинный процесс. Как показано на рис. 5.11, б, результаты моделирования зависимости заряда одноэлектронного импульса Q_e от напряжения U_d достаточно близки к экспериментальным данным при сопротивлении пространственного заряда $R_s = 1$ кОм. Там же приведены результаты моделирования аналогичной зависимости в идеальном случае, т. е. при $R_s = 0$. Видно, что наличие сопротивления пространственного заряда $R_s = 1$ кОм в ОЛФД-приборе приводит к уменьшению количества заряда Q_e в одноэлектронном импульсе в два раза по сравнению с идеальным случаем.

Таким образом, максимальное значение потенциала разрядки $\Delta U_{\rm dis}$, имеющееся сразу после гашения лавинного процесса, зависит как от сопротивления R_s , так и от общей емкости $C_{\rm tot} = C_p + C_q$. Чем больше величины R_s и $C_{\rm tot}$, тем меньше величина $\Delta U_{\rm dis}$. Кроме того, установлено, что чем больше величина R_s при фиксированной величине $C_{\rm tot}$ или чем меньше величина $C_{\rm tot}$ при фиксированной величине R_s , тем больше сопротивление R_q требуется для гашения лавинного процесса. В общем случае основные параметры МЛФД- и ОЛФД-фотоприемников определяются следующими выражениями:

$$U_{\rm dis} = m\Delta U_{\rm ov},$$

$$Q_e = mC_{\rm tot}\Delta U_{\rm ov},$$

$$C_{\rm eff} = \frac{\partial Q_e}{\partial (\Delta U_{\rm ov})} = mC_{\rm tot},$$
(5.25)

где Q_e — заряд первого фотоэлектронного пика; $C_{\rm eff}$ — эффективная емкость; m — коэффициент, который варьируется от 1 до 2 в зависимости от значений $C_{\rm tot}$ и R_q .

Максимальный потенциал разрядки $U_{\rm dis}$ в традиционных ОЛФДдетекторах с внешним гасящим лавину сопротивлением равен перенапряжению (т. е. $m \approx 1$) из-за их высокой полной емкости $C_{\rm tot}$, которая обычно имеет величину около 2 пФ независимо от размеров чувствительной области. Значительную часть общей емкости $C_{\rm tot}$ в ОЛФД-детекторах составляют емкость контактной площадки прибора и паразитная емкость C_s , шунтирующая гасящее лавину сопротивление R_q . Именно из-за большой емкости и, как следствие, большого внутреннего тока разрядки влияние сопротивления обедненного слоя на характер лавинного процесса становится существенным, и в результате этого минимальный потенциал $U_{\rm p.min}$ ОЛФД-детектора становится достаточно близким к напряжению пробоя. Это означает, что лавинный процесс в ОЛФД-детекторе имеет возможность продолжаться, а его гашение будет иметь случайный (статистический) характер. Для быстрого гашения лавинного процесса требуется большое сопротивление R_p (пассивный элемент гашения), чтобы не происходило заметной зарядки прибора.

Экспериментально подтверждено, что характерное время восстановления ОЛФД-детекторов с пассивным гашением составляет около 1 мкс [23]. Для быстрого гашения лавины в ОЛФД-детекторах используются специальные электронные устройства, так называемые активные элементы гашения, обеспечивающие принудительную разрядку и зарядку прибора спустя примерно 10 нс после начала лавинного процесса. Даже при интегральном исполнении площадь этих активных элементов гашения значительно превышает фоточувствительную площадь самих ОЛФД-детекторов [35, 36]. Поэтому идея создания матрицы из ОЛФД-детекторов считалась неперспективной до появления первых прототипов [37, 38] современных МЛФД [39].

В отличие от ОЛФД-детектора пиксели МЛФД-детектора имеют в несколько десятков раз меньшую емкость C_{tot} . Благодаря этому сопротивление R_s обедненного слоя слабо влияет на характер лавинного процесса, и поэтому пиксель разражается до величины потенциала значительно ниже, чем напряжение пробоя. Это обеспечивает быстрое гашение лавинного процесса в пикселях МЛФД-детектора.

Список литературы к главе 5

- Rose D. Microplasmas in Silicon // Phys. Rev. 1957. V.105, No.2. P.413–418; doi: 10.1103/PhysRev.105.413.
- 2. Chynoweth A., Pearson G. Effect of Dislocations on Breakdown in Silicon p-n Junctions // J. Appl. Phys. 1958. V.29, No.7. P.1103–1110; doi: 10.1063/1.1723368.
- Champlin K. Microplasma Fluctuations in Silicon // J. Appl. Phys. 1959. V. 30, No. 7. P. 1039–1050; doi: 10.1063/1.1776976.
- McIntyre R.J. Theory of Micro Plasma Instability in Silicon // J. Appl. Phys. 1961. V. 32. P. 983–995; doi: 10.1063/1.1736199.
- 5. Goetzberger A., McDonald B., Haitz R., Scarlet R. Avalanche Effects in Silicon p-n Junctions: II. Structurally Perfect Junctions // J. Appl. Phys. 1963. V. 34, No. 6. P. 1591–1600; doi: 10.1063/1.1702640.
- Haitz R. H. Studies on Optical Coupling between Silicon p-n Junctions // Solid-State Electron. 1965. V. 8. P. 417-425; doi: 10.1016/0038-1101(65)90119-X.
- Haitz R. Model for the Electrical Behaviour of a Microplasma // J. Appl. Phys. 1964. V.35, No.5. P. 1370–1376; doi: 10.1063/1.1713636.
- 8. Haitz R., Goetzberger A., Scarlett R., Shockley W. Avalanche Effects in Silicon p-n Junctions: I. Localized Photomultiplication Studies on

Microplasmas // J. Appl. Phys. 196. V.34, No.6. P.1581-1590; doi: 10.1063/1.1702639.

- Ruge I., Keil G. Microplasmas in Silicon p-n Junctions as Detectors for Gamma Radiation // Rev. Sci. Instrum. 1963. V. 34, No. 4. P. 390–392; doi: 10.1063/1.1718373.
- Haitz R. Mechanisms Contributing to the Noise Pulse Rate of Avalanche Diodes // J. Appl. Phys. 1965. V. 36, No. 10. P. 3123–3131; doi: 10.1063/1.1702936.
- Haitz R. Studies on Optical-Coupling between Silicon p-n Junctions // Solid-State Electron. 1965. V. 8. P. 417-415; doi: 10.1016/0038-1101(65)90119-X.
- Haitz R., Smits F. Noise Analysis for Silicon Particle Detectors with Internal Multiplication // IEEE Trans. Nucl. Sci. 1966. V. 13, No. 3. P. 198-207; doi: 10.1109/TNS.1966.4324099.
- Haitz R. Noise of a Self-Sustaining Avalanche Discharge in Silicon: Low-Frequency Noise Studies // J. Appl. Phys. 1967. V. 38, No. 7. P. 2935–2946; doi: 10.1063/1.1710027.
- Goetzberger A., Melchior H. Electrical Suppression of Microplasmas // IEEE Trans. Electron. Dev. 1967. V. 14, No. 9. P. 633–638; doi: 10.1109/T-ED.1967.16066.
- Kimura C., Nishizawa J. Turn-On Mechanism of a Microplasma // Jpn. J. Appl. Phys. 1968. V.7, No. 12. P. 1453–1463; doi: 10.1143/JJAP.7.1453.
- Melchior H., Goetzberger A., Nicollian E., Lynch W. Electrical Suppression of Avalanche Currents in Semiconductor Junctions // Solid-State Electron. 1969. V. 12. P. 449–456; doi: 10.1016/0038-1101(69)90074-4.
- Oldham W. G., Samuelson R. R., Antognetti P. Triggering Phenomena in Avalanche Diodes // IEEE Trans. Electron. Dev. 1972. V. ED-19, No. 9. P. 1050–1060; doi: 10.1109/T-ED.1972.17544.
- McIntyre R. J. On the Avalanche Initiation Probability of Avalanche Diodes above the Breakdown Voltage // IEEE Trans. Electron. Dev. 1973. V.20, No. 7. P. 637–641; doi: 10.1109/T-ED.1973.17715.
- Cova S., Bertolaccini M., Bussolati C. The Measurement of Luminescence Waveforms by Single Photon Techniques // Phys. Stat. Solid. A. 1973. V. 18. P. 11–62; doi: 10.1002/pssa.2210180102.
- Antognetti P., Cova S., Longoni A. A Study of the Operation and Performances of an Avalanche Diode as a Single Photon Detector // Proc. of the 2nd Ispra Nucl. Electron. Symp., Luxembourg, Belgium, 1975. P. 453-456; http://risorse.dei.polimi.it/spad/1975/ISPRA-1975.pdf.
- Dautet H., Deschamps P., Dion B., MacGregor A. D., MacSween D., McIntyre R. J., Trottier C., Webb P. P. Photon Counting Techniques with Silicon Avalanche Photodiodes // Appl. Opt. 1993. V. 32. P. 3894–3900; doi: 10.1364/AO.32.003894.

152

- Lacaita A., Ghioni M., Zappa F., Ripamonti G., Cova S. Recent Advances in the Detection of Optical Photons with Silicon Photodiodes // Nucl. Instr. Meth. A. 1993. V. 326. P. 290–294; doi: 10.1016/0168-9002(93)90366-P.
- Cova S., Ghioni M., Lacaita A., Samori C., Zappa F. Avalanche Photodiodes and Quenching Circuits for Single-Photon Detection // Appl. Opt. 1996. V.35, No. 12. P. 1956–1976; doi: 10.1364/AO.35.001956.
- 24. Corsi F., Dragone A., Marzocca, Del Guerra A., Delizia P., Dinu N., Piemonte C., Boscardin M., Dalla Betta G.F. Modelling a Silicon Photomultiplier (SiPM) as a Signal Source for Optimum Front-End Design // Nucl. Instr. Meth. A. 2007. V. 572. P. 416–418; https://doi.org/10.1016/j.nima.2006.10.219.
- Piemonte C., Battiston R., Boscardin M., Dalla Betta G., Del Guerra A., Dinu N., Pozza A., Zorzi N. Characterization of the First Prototypes of Silicon Photomultiplier Fabricated at ITC-irst // IEEE Trans. Nucl. Sci. 2007. V. 54. P. 236–244; https://doi.org/10.1109/TNS.2006.887115.
- van Dam H. T., Huizenga J., Vinke R., Dendooven P., Löhner H., Schaart D. R. Simulation of Silicon Photomultiplier Signals // IEEE Trans. Nucl. Sci. 2009. V.56. P. 3726; https://doi.org/10.1109/TNS.2009.2030728.
- Villa F., Zou Y., Dalla Mora A., Tosi A., Zappa F. SPICE Electrical Models and Simulations of Silicon Photomultipliers // IEEE Trans. Nucl. Sci. 2015. V. 62, No. 5. P. 1950–1960; https://doi.org/10.1109/tns.2015.2477716.
- Vanyushin I. V., Gergel V. A., Gontar V. M., Zimoglyad V. A., Tishin Yu. I., Kholodnov V. A., Shcheleva I. M. A Discrete Model of the Development and Relaxation of a Local Microbreakdown in Silicon Avalanche Photodiodes in the Geiger Mode // Semiconductors. 2007. V. 41. P. 718–722; http://dx.doi.org/10.1134/S1063782607060206.
- Verhovtseva A. V., Gergel V.A. Dynamics of Local Micro-Breakdown in the Geiger Mode of Avalanche Photodiodes // Semiconductors. 2009. V.43, No. 7. P. 934–938; http://dx.doi.org/10.1134/S1063782609070215.
- Otono H., Oide H., Yamashita S., Yoshioka T. On the Basic Mechanism of Pixelized Photon Detectors // Nucl. Instr. Meth. A. 2009. V.610. P. 397–399; https://doi.org/10.1016/j.nima.2009.05.139.
- Sadigov A., Ahmadov F., Suleymanov S., Heydarov N., Valiyev R., Nazarov M., Akbarov R., Ahmadov G., Sadygov Z., Madatov R., Mechtiyeva R., Mukhtarov R., Khorev S., Zerrouk F. An Iterative Model of Performance of Micropixel Avalanche Photodiodes // Intern. J. Adv. Res. Phys. Sci. (IJARPS). 2016. V. 3, No. 2. P. 9–18; https://www.arcjournals.org/pdfs/ijarps/v3-i2/3.pdf.
- Lee C. A., Logan R. A., Batdore R. L., Kleimack J. J., Wiegmann W. Ionization Rates of Holes and Electrons in Silicon // Phys. Rev. 1964. V. 134(3A). P. 761–774.
- Willardson R.K., Beer A.C. Semiconductors and Semimetals, V.22. Lightwave Communication Technology, Part D, Photodetectors / Ed. W.T.Tsang. New York: Acad. Press Inc., 1985. 451 p.

34. Ahmadov F., Abdullayev F., Ahmadov G., Akbarov R., Mukhtarov R., Nuriyev S., Sadigov A., Sadygov Z., Suleymanov S. A New Physical Model of Geiger-Mode Avalanche Photodiodes // J. Instrum. 2020. V. 15, No.01. P. C01009;

https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1748-0221/15/01/C01009.

- Kawata G., Sasaki K., Hasegawa R. Avalanche-Area Dependence of Gain in Passive-Quenched Single-Photon Avalanche Diodes by Multiple-Photon Injection // IEEE Trans. Electron. Dev. 2018. V. 65. P. 2525–2530; doi: 10.1109/TED.2018.2825995.
- Aull B. F., Loomis A. H., Young D. J., Heinrichs R. M., Felton B. J., Daniels P. J., Landers D. J. Geiger-Mode Avalanche Photodiodes for Three-Dimensional Imaging // Lincoln Lab. J. 2002. V. 13, No. 2. P. 335–350; https://www.ll.mit.edu/sites/default/files/publication/doc/geiger-modeavalanche-photodiodes-three-aull-ja-7893.pdf.
- 37. Гасанов А. Г., Головин В. М., Садыгов З. Я., Юсипов Н. Ю. Лавинный фотоприемник. Патент России № 1702831 от 27.06.1997. Заявка № 04747595 от 11.10.1989.
- 38. Гасанов А. Г., Головин В. М., Садыгов З. Я., Юсипов Н. Ю. Влияние локальных неоднородностей в полупроводниковой подложке на характеристики лавинных фотоприемников // Письма в ЖТФ. 1990. Т. 16, № 1. С. 14–19; https://journals.ioffe.ru/articles/25162.
- Садыгов З. Лавинный детектор. Патент России № 2102820. Заявка № 96119669/25 от 10.10.1996. Дата публикации: 20.01.1998; https://www.fips.ru/registers-doc-view/fips_servlet?DB= RUPAT&DocNumber=2102820&TypeFile=html.

Научное издание

САДЫГОВ Зираддин Ягуб-Оглы

ФИЗИКА ТВЕРДОТЕЛЬНЫХ ФОТОЭЛЕКТРОННЫХ УМНОЖИТЕЛЕЙ

2023-8

Редактор Е.В. Сабаева Компьютерная верстка Т.А. Агишевой Обложка В.О. Тамоновой

Подписано в печать 10.11.2023. Формат 60 × 90/16. Усл. печ. л. 9,6. Уч.-изд. л. 11,1. Тираж 235. Заказ № 60745.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований 141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6 E-mail: publish@jinr.ru www.jinr.ru/publish/